

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ленинградский ордена Ленина электротехнический институт
имени В.И. Ульянова /Ленина/

Б.К. Гусева, Л.А. Никифоров

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
по курсу "Колебания и волны в твердых
телах"

Ленинград
1979

ЛЭТИ
им. В. И. Ульянова (Ленина)
СМЕЛОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Цель работы - ознакомление с линейными механическими колебательными системами, подвергнутыми воздействию внешней периодической силы.

Задание

1. Ознакомиться с аппаратурой и записать ее характеристики.
2. Собрать схему для определения параметров механических колебательных систем.
3. Определить массу и гибкость ненагруженной колебательной системы.
4. Определить гибкость воздуха в замкнутом объеме и эквивалентную площадь поршня.
5. Определить коэффициент трансформации акустического трансформатора.
6. Оформить отчет в соответствии с требованиями.

А. Основные понятия и термины

Любое акустическое устройство представляет собой динамическую систему, в которой возбуждаются колебания. Линейные колебательные системы характеризуются тем, что происходящие в них вынужденные колебания совпадают по частоте с частотой вынуждающей силы и описываются линейными дифференциальными уравнениями. Ценность таких систем состоит в неискаженном преобразовании колебаний одних форм в другие.

Для гармонической внешней силы уравнение колебаний системы с сосредоточенными параметрами имеет вид

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + x/c_n = F_m e^{i\omega t}$$

где m , r , c_n - масса, активное механическое сопротивление и гибкость системы; F_m - амплитуда вынуждающей силы.

Скорость вынужденного колебательного движения можно представить в виде $\dot{x} = \frac{F_m}{Z_{HT}} \sin(\omega t - \phi)$.

Здесь $|Z_N| = \sqrt{r_N^2 + (\omega m - 1/\omega C_N)^2}$ - модуль полного механического импеданса.

Как видно, на резонансе колебательная скорость совпадает по фазе с вынуждающей силой и достигает максимального значения. В системах с сосредоточенными параметрами элементы массы, гибкости и активного сопротивления пространственно обособлены друг от друга. В реальных механических системах такое обособление не всегда возможно. Например, колеблющаяся мембрана, масса и гибкость которой распределены по всей поверхности, является системой с распределенными параметрами. Для такой системы характерно то, что различные ее участки совершают колебания с различными амплитудами. Для удобства расчетов такие системы заменяют эквивалентными системами с сосредоточенными параметрами. В частности, мембрану можно заменить поршнем, колеблющимся как единое целое, причем эквивалентная площадь этого поршня будет отличаться от фактической площади мембраны.

Гибкость замкнутого объема воздуха может быть вычислена по формуле

$$C_0 = V / \gamma P_0 S_2, \quad (1)$$

где V - объем полости, m^3 ; γ - отношение удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и объеме (для воздуха $\gamma = 1,4$); $P_0 = 10^5$ Н/м² - давление воздуха; S_2 - площадь эквивалентного поршня, замыкающего полость, м².

Площадь S_2 можно найти из эксперимента.

Б. Описание установки

На рис. I изображена схематически конструкция исследуемой механической колебательной системы, состоящей из мембраны 1, приводимой в движение жестко связанной с ней звуковой катушкой 2, расположенной в зазоре магнитной цепи. Магнитное поле в зазоре создается постоянным магнитом 3. Звуковая катушка совершает колебания вдоль оси и, благодаря фиксации в середи-

не зазора, не должна задевать керн 4 и верхний фланец 5.

Такая конструкция представляет собой комбинацию сосредоточенных и распределенных элементов. Звуковая катушка, например, является сосредоточенной массой, в то время как мембрана - совокупность распределенной гибкости и массы.

Цилиндр 6 может быть закрыт сверху либо стаканами различной высоты, либо крышкой, в центре которой могут быть вставлены трубочки, отличающиеся по длине и диаметру. В первом случае эквивалентный поршень будет нагружен упругостью воздуха в стакане, во втором - массой воздуха в трубочке, приводимой к площади эквивалентного поршня посредством коэффициента трансформации образующегося в этом случае акустического трансформатора.

Для измерений используется компенсационная схема (рис. 2). Установка работает следующим образом. Измерительный генератор Г выдает сигнал звуковой частоты на мостовую схему. В плечи моста включена испытуемая катушка с индуктивностью L_k , активным сопротивлением R_k и заторможенная (неподвижная) катушка (L'_k, R'_k), имеющая такую же индуктивность и активное сопротивление; R_x и R'_x - резисторы с одинаковыми сопротивлениями (100 Ом); R - реостат.

При движении звуковой катушки в магнитном поле в ней индуцируется э.д.с., пропорциональная скорости колебаний, $E = B l \dot{x}$. Здесь B - индукция в зазоре; l - длина провода звуковой катушки; $\dot{x}$ - колебательная скорость катушки.

Пусть F - сила, которая вызывает движение катушки, и обусловлена взаимодействием тока звуковой катушки I с магнитным полем, $F = B l I$; $Z_N = r_N + j(\omega m - 1/\omega C_N)$ - полное механическое сопротивление. Тогда $\dot{x} = F/Z_N$ и $E = B l F/Z_N = (B l)^2 I/Z_N$. Видно, что э.д.с. E обратно пропорциональна механическому сопротивлению системы, так, что, определив величины E и I , а также сдвиг фаз между ними, можно оценить характер Z_N . На частоте механического резонанса

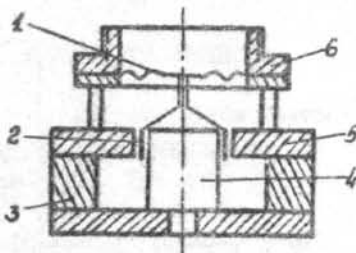


Рис. I

нанса $Z_N = \Gamma_N$, E и I совпадают по фазе. Это позволяет точно определять резонансную частоту с помощью осциллографа по схеме (рис.2). Для этого необходимо потенциометром R

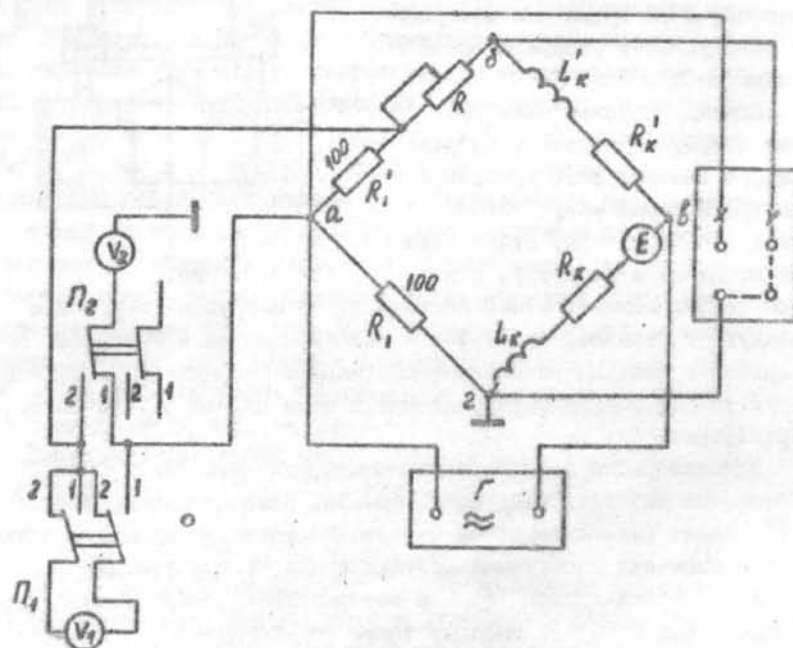


Рис.2

выравнивать токи в верхней и нижней частях схемы. Если через катушки L_K и L'_K проходят равные токи, активные напряжения катушек и их э.д.с. самоиндукции взаимно компенсируются. При установке переключателей Π_1 и Π_2 в положение I регулировкой потенциометра R следует добиться одинаковых показаний на шкалах приборов V_1 и V_2 . С целью более точного выравнивания токов V_2 отключается (положение 2), V_1 переводится в положение 2 и с помощью потенциометра R достигается минимальный сигнал на V_2 .

Осциллограф подключен так, что на вход горизонтального усилителя подается напряжение с сопротивления R_2 (точки a, z),

пропорциональное току звуковой катушки, на вход вертикального усилителя э.д.с. E (точки δ, z). При отсутствии резонанса на экране получается эллипс, при резонансе - прямая линия.

В. Определение массы и гибкости системы

Определить массу m и гибкость C_N системы путем измерения частоты механического резонанса f_N системы при ее нагружении грузиками известной величины m' . Так как

$$4\pi^2 f_0^2 = 1/mC_N, \quad (2)$$

$$4\pi^2 f_N^2 = 1/(m+m')C_N, \quad (3)$$

где f_0 и f_N резонансные частоты ненагруженной и нагруженной системы, то

$$(f_0/f_N)^2 = 1 + m'/m \quad \text{и} \quad m = m' / [(f_0/f_N)^2 - 1]. \quad (4)$$

Данные наблюдений и расчетов занести в табл. I.

Таблица I

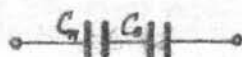
№ п/п	Масса гирек m' , кг	Измеренные значения частот f_0, f_N, f_4	Вычисленные величины массы подвешенной системы, кг	Среднее значение массы m , кг	Гибкость C_N , м/н

Г. Определение гибкости воздуха в замкнутом объеме и эквивалентной площади поршня

Закрывая цилиндр 6 (рис. I) стаканами различной высоты, произвести измерения резонансных частот. При этом следует учитывать, что общая гибкость такой системы C обусловлена гибкостью открытой системы C_N и гибкостью воздуха в стакане C_a . Динамическая схема соединения механических двухполюсников C_N и C_a имеет вид



Поэтому электрический аналог такого соединения есть



Отсюда

$$C = C_M C_A / (C_M + C_A). \quad (5)$$

По измеренным в данном опыте резонансным частотам вычислить гибкость системы C по формуле $4\pi^2 f^2 = 1/mC$ и гибкость воздуха в стакане C_A по (5).

Значения массы подвижной системы m и гибкости C_M взять из табл. I. После подстановки C_A в формулу (I) найти S , поршня.

Данные наблюдений и расчетов занести в табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	Высота стаканов 10^2 , м	Измеренные значения частот f , Гц	Вычисленные величины гибкости		$S \cdot 10^4$, м ²	S , 10^4 , среднее, м ²
			C , м/н	C_A , м/н		

Д. Определение коэффициента трансформации акустического трансформатора

Закрыв поршень крышкой с отверстием, измерить резонансную частоту системы f_a . Вставив в отверстие крышки трубки различной длины и сечения, повторить измерения резонансной частоты f_a . При этом надо учитывать, что масса воздуха в открытой тонкой трубке при волновой длине $\kappa l \ll 1$ создает инерциальное сопротивление

$$Z = j\rho c S (\kappa l + 8\kappa a / 3\pi), \quad \text{т.е.} \quad Z = j\omega m_a (1 + 8a / 3\pi l),$$

где m_a - масса воздуха в трубке; $\rho = 1,25$ кг/м³ - плотность воздуха; S, l, a - площадь поперечного сечения, длина и радиус трубки; c - скорость звука в воздухе; κ - волно-

вое число.

По результатам измерений резонансных частот f_a рассчитать общую массу воздуха $m'_{ам}$ в камере акустического трансформатора и трубках, приведенную к площади поршня:

$$4\pi^2 f_a^2 = 1/mC_M, \quad 4\pi^2 f_a^2 = 1/(m + m'_{ам})C_M, \quad (7)$$

$$m'_{ам} = m(f_a^2/f_a'^2 - 1),$$

где m и C_M - масса и гибкость подвижной системы, найденная в разделе "В", табл. I.

Вычислить приведенную массу воздуха в трубках

$$m'_a = m'_{ам} - m'_k, \quad (8)$$

где m'_k - приведенная к площади поршня масса воздуха в камере акустического трансформатора, полученная из первого измерения данного раздела "Д".

Рассчитать коэффициент трансформации акустического трансформатора:

$$n^2 = m'_a / m_a, \quad (9)$$

$$m_a = \rho l S, \quad (10)$$

где m_a - масса воздуха в трубке.

Определить эквивалентную площадь поршня из равенства

$$n = S_a / S. \quad (11)$$

Найденное в этом опыте значение S_a сопоставить с таким по разделу "I", табл. 2.

Данные наблюдений и расчетов занести в табл. 3

Таблица 3

№ п/п	Диаметр трубки 10^2 , м	Длина трубки, м	Измеренные значения частот f_a , Гц	Вычисленные величины			
				приведенная к площади поршня масса воздуха, кг	коэффициент трансформации n	из измерений	среднее значение
				общая масса $m'_{ам}$	масса в трубках m'_a		

Порядок выполнения работы

1. Собрать установку, включить приборы и дать им прогреться 5 + 10 мин.

2. Установить по шкале звукового генератора частоту 20 Гц и напряжение на выходе 1,5 В.

3. Поворачивая ручку потенциометра R , закоротить его. Медленно подышать частоту колебаний и, наблюдая при этом за эллипсом на экране осциллографа, найти частоту механического резонанса f_0 .

4. Произвести более точное определение резонансной частоты путем выравнивания токов в верхней и нижней частях схемы, для чего:

а) перевести V_1 и V_2 в положение I и, постепенно вводя потенциометр R , добиться одинаковых отклонений на шкалах приборов;

б) закоротить вольтметр V_1 , установив переключатель P_1 в положение 2. Вольтметр V_2 с помощью переключателя P_2 перевести в положение 2. Поворачивая ручку потенциометра R , добиться минимального сигнала по шкале V_2 .

Операции по пунктам "а" и "б" повторить несколько раз.

5. Для определения массы и гибкости системы по разделу "Б" измерить частоту механического резонанса f_n системы при ее нагружении грузиками известной величины. Для этого необходимо установить на ноль выходное напряжение генератора и добавить к системе грузик. Повторить измерения по п.3 и 4.

6. Повторить измерения по п.5 для всех указанных руководителем грузиков m' и результаты измерений f_n занести в табл. I.

7. Для каждого значения f_n рассчитать массу колебательной системы по формуле (4). Действительным значением массы системы следует считать среднее из этих значений.

8. Рассчитать гибкость системы C_n по формуле (2), используя среднее значение массы из п.7 и занести в табл. I.

9. Для определения гибкости воздуха в замкнутом объеме C_B и S_B по разделу "Г" произвести измерения резонансных частот f , закрывая систему стаканами различной высоты. Результаты занести в табл. 2.

10. Пользуясь полученными в п.9 величинами резонансных частот

f и значением массы m из табл. I, вычислить по формуле (6) общую гибкость системы C ; рассчитать по формуле (5) гибкость воздуха в стакане заданной высоты C_B (C_n взять из табл. I); по формуле (1) рассчитать эквивалентную площадь поршня S_B . Результаты вычислений занести в табл. 2.

II. Для определения коэффициента трансформации акустического трансформатора по разделу "Д" произвести измерения резонансных частот f при закрывании системы крышкой с отверстием и при вставлении в отверстие крышки трубок различной длины и сечения. Результаты занести в табл. 3.

12. Пользуясь формулой (7) и значениями m и f_0 из табл. I, вычислить общую массу воздуха $m'_{\text{воз}}$ в камере акустического трансформатора и трубок, приведенную к площади поршня.

13. Вычислить приведенную массу воздуха в трубках по формуле (8), в которой m'_k и $m'_{\text{воз}}$ - приведенные массы воздуха, найденные соответственно из первого и последующих измерений п.12.

14. Вычислить по формуле (10) массу воздуха в трубке m_k и рассчитать коэффициент акустической трансформации n по (9), воспользовавшись m'_k из п.13.

15. Вычислить из формулы (11) S_B . Занести в табл. 3 результаты расчетов по п.12,13,14,15.

Требования к отчету

Отчет должен содержать:

1. Описание конструкции установки и схемы измерений.
2. Таблицы с результатами наблюдений и вычислений.
3. Формулы и числовые примеры расчетов.
4. Характеристики приборов, которые были использованы.

Контрольные вопросы

1. Какие механические колебательные системы называются линейными?
2. Как работает установка для исследования механических колебательных систем?
3. Какие параметры системы определяют ее резонансную частоту?

Литература

1. Электроакустика. Руководство к лабораторным работам. Л., ЛИКИ, 1972.
2. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М., "Мир", 1971.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

УПРУГИЕ ВОЛНЫ В БЕЗГРАНИЧНОЙ ТВЕРДОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Цель работы - ознакомление с возможностью определения упругих характеристик материалов по измеренным величинам скоростей продольных и поперечных ультразвуковых волн, распространяющихся в безграничной твердой изотропной среде.

Задание

1. Ознакомиться с прибором УЗИС-ЛЭТИ для измерения скорости ультразвука
2. Измерить продольную u_e и поперечную u_z скорости ультразвука в образцах, указанных руководителем.
3. Рассчитать по измеренным значениям u_e и u_z упругие характеристики материала.
4. Оформить отчет в соответствии с требованиями.

А. Основные понятия и термины

Уравнение распространения упругих волн в безграничной твердой изотропной среде имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{f}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad} \text{div} \vec{f} + \mu \nabla^2 \vec{f}, \quad (1)$$

где $\vec{f}$ - вектор смещения в упругой волне; ρ - плотность материала; λ и μ - упругие постоянные Ламе.

Если вектор смещения $\vec{f}$ представить в виде суммы двух векторов $\vec{f} = \vec{f}_e + \vec{f}_z$, где $\vec{f}_e$ и $\vec{f}_z$ таковы, что $\text{rot} \vec{f}_e = 0$ и $\text{div} \vec{f}_z = 0$, тогда

$$\vec{f} = \text{grad} \varphi + \text{rot} \vec{\psi}. \quad (2)$$

Здесь φ и $\vec{\psi}$ - скалярный и векторный потенциалы соответственно. При подстановке (2) в (1) получается два волновых уравнения

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c_e^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \vec{\psi} = \frac{1}{c_z^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2},$$

где

$$c_e = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad (3)$$

$$c_z = \sqrt{\mu/\rho}. \quad (4)$$

Здесь c_e и c_z - скорости распространения продольной и поперечной волн в безграничной твердой изотропной среде. Знание величин c_e и c_z позволяет найти основные упругие характеристики материала - п. 1 + 4.

1) Постоянные Ламе λ и μ определяются из формул (3) и (4).

2) Модуль упругости (модуль Юнга)

$$E = \mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu). \quad (5)$$



Рис. 1

Если тонкий стержень со свободной боковой поверхностью подвергнут простому растяжению вдоль оси x , то E - есть отношение механического напряжения σ_{xx} к относительному удлинению u_{xx} : $E = \sigma_{xx}/u_{xx}$.

3) Коэффициент Пуассона ν характеризует отношение поперечного сжатия к продольному растяжению. Если компоненты u_{yy} и u_{zz} определяют относительное сжатие стержня в поперечном направлении, то

$$u_{yy} = -\nu u_{xx}, \quad \nu = \lambda/2(\lambda + \mu). \quad (6)$$

4) Модуль сдвига μ и коэффициент всестороннего сжатия K .

Тензор механических напряжений σ_{ik} может быть следующим образом выражен через деформацию всестороннего сжатия и сдвига

$$\sigma_{ix} = K u_{ix} \delta_{ix} + 2\mu(u_{ix} - \frac{1}{3} \delta_{ix} u_{ii})$$

где u_{ix} - компоненты тензора деформации; δ_{ix} - единичный тензор; K - коэффициент всестороннего сжатия; μ - одна из постоянных Ламе, модуль сдвига.

Из этого выражения видно, что если деформация является чистым всесторонним сжатием или чистым сдвигом, то связь между σ_{ix} и u_{ix} определяется соответственно одним только модулем сдвига μ или коэффициентом всестороннего сжатия K . Последний может быть определен как отношение механического напряжения, создаваемого при равномерном гидростатическом сжатии, к дилатации объема Δ :

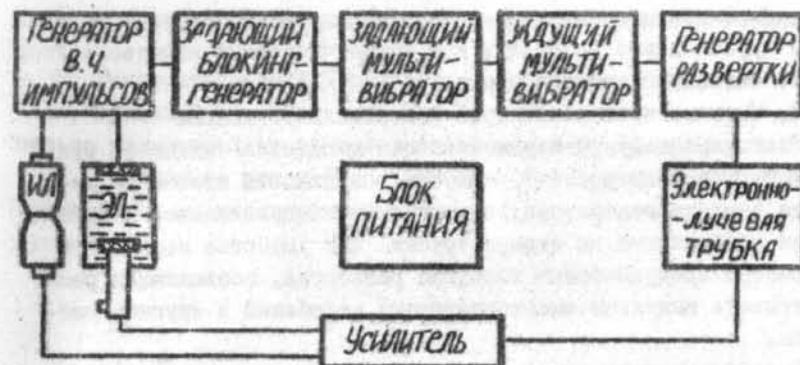
$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p, \quad \Delta = \frac{\partial \xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \xi_y}{\partial y} + \frac{\partial \xi_z}{\partial z},$$

$$K = p/\Delta, \quad K = \lambda + \frac{2}{3}\mu. \quad (7)$$

В. Описание прибора

Измерение скорости упругих волн в образцах твердых тел прибором УЗИС-4ЭТИ основано на сравнении времени распространения ультразвуковых импульсов в испытуемом образце и в эталонной жидкости с известной скоростью ультразвука.

Структурная схема прибора и временная диаграмма электрических сигналов показаны на рис.2. Задающий мультивибратор вырабатывает прямоугольные импульсы переменной длительности с частотой повторения около 500 Гц. Передний фронт этих импульсов запускает генератор высокочастотных сигналов, который возбуждает пьезопластинки эталонной /ЭЛ/ и измерительной /ИЛ/ линий. Задний фронт прямоугольного импульса вызывает срабатывание ждущего мультивибратора. Импульсы ждущего мультивибратора используются для запуска генератора развертки, пилообразные сигналы которого подаются на горизонтально-отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки, создавая при этом временную развертку. Импульсы ультразвуковых колебаний, преобразованные приемными пьезопластинками в электрические сигналы, подаются после соответствующего усиления на верти-



Временные диаграммы

1. Импульс задающего блокинг-генератора.

2. Импульс задающего мульти-вибратора.

3. Импульс генератора высокой частоты.

4. Импульс ждущего мульти-вибратора при медленной развертке.

5. То же при быстрой развертке.

6. Пилообразный импульс при медленной развертке.

7. То же при быстрой развертке.

8. Импульсы (а) от измерительной и (б) от эталонной линий.

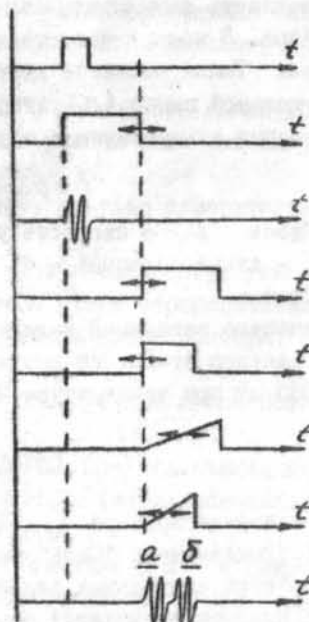


Рис.2

кально-отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки. На экране трубки можно наблюдать два высокочастотных импульса:

1. Сигнал, прошедший через эталонную линию.
2. Сигнал, прошедший через измерительную линию.

Благодаря тому, что длительность импульсов задающего мультивибратора регулируется, имеется возможность изменения момента запуска генератора развертки, а следовательно, и положения изображения на экране трубки. Для удобства наблюдений в приборе предусмотрена короткая развертка, позволяющая рассматривать импульсы высокочастотных колебаний в крупном масштабе.

Вращением микрометрического винта можно менять расстояние между пьезопластинками эталонной линии, при этом появляется возможность совместить оба высокочастотных импульса на экране прибора. В момент совмещения берется отсчет по шкале микрометра. Таких отсчетов делают два: первый - без образца в измерительной линии (n_1), второй - с образцом (n_2). Время распространения ультразвука в образце рассчитывается по формуле

$$t = (n_2 - n_1) / v_{\text{ж}} = L / v.$$

Здесь $v_{\text{ж}}$ - скорость ультразвука в эталонной жидкости;
 L - длина образца; v - искомая скорость.

Отсюда $v = v_{\text{ж}} L / (n_2 - n_1)$. (8)

В качестве эталонной жидкости в приборе применен 18-процентный раствор этилового спирта в дистиллированной воде ($v_{\text{ж}} = 1585$ м/с при температуре 20°C).

В. Работа с прибором

Включение прибора:

1. Выключатель "Сеть" поставить в положение "Вкл.", при этом загорается сигнальная лампочка, и через некоторое время на экране прибора появляется развертка.
2. Вращая ручку "Яркость", установить желаемую яркость изображения на экране.
3. Ручкой "Фокус" добиться максимальной четкости изображения.
4. Осторожно ввести в соприкосновение стержни измерительной

линии, нанеся предварительно контактную смазку на их торцевые поверхности.

5. Выключатель "Э Л" поставить в положение "Вкл."
6. Вращая ручку "Усиление-Э Л", установить амплитуду импульса жидкостной эталонной линии равной 25-40 мм.
7. Установить ручки "Усиление-И Л" в среднее положение. При этом на экране должны быть видны два высокочастотных импульса.

Измерения

1. Вращая верхний стержень измерительной линии относительно нижнего, добиться наилучшего акустического контакта /критерий - максимум амплитуды/. Для того чтобы контактный слой был минимальным, на верхний стержень желательно положить груз весом 3 ± 5 кг.

2. Оперировав ручками "Усиление-И Л", установить амплитуду импульса измерительной линии примерно равной величине импульса эталонной линии.

3. Вращая ручки "Задержка", сместить импульс измерительной линии к левому краю развертки.

4. Включить короткую развертку и окончательно отрегулировать положение импульса таким образом, чтобы пятая отрицательная полуволна совпадала с вертикальной линией на шкале прибора (рис.3а).

5. Установить ручки "Усиление-И Л" в крайние левые положения.

6. Вращая микрометрический винт, установить положение импульса эталонной линии в соответствии с рис.3б (пятая положительная полуволна совпадает с вертикальной линией).

7. Одновременно оперировав ручками "Усиление-И Л" и микрометром, добиться компенсации импульса измерительной линии импульсом эталонной линии в соответствии с рис.3в.

8. Взять отсчет по шкале микрометра / n_1 /.

9. Вставить между стержнями измерительной линии образец, предварительно нанеся на него слой контактной смазки.

10. Повторить операции по пунктам 1-7

11. Взять отсчет по шкале микрометра / n_2 /.

12. По формуле (8) рассчитать искомую скорость.

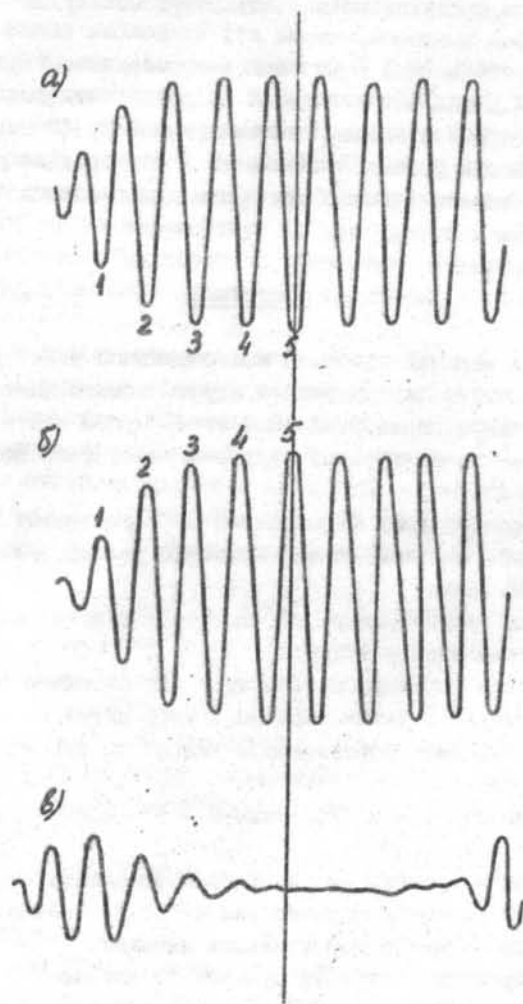


Рис.3

Примечание. При измерении скорости продольных волн в качестве смазки можно пользоваться трансформаторным маслом, глицерином и др. При измерении скорости поперечных волн для создания акустического контакта необходимо использовать вещества, обладающие сдвиговой упругостью. Как оказалось, хорошие результаты получаются с эпоксидной смолой без отвердителя. Эпоксидная смола обладает значительной вязкостью. Поэтому перед каждым отсчетом необходимо измерительную линию выдержать под грузом примерно в течение 5 мин. для того, чтобы излишки смолы были удалены. Кроме того, при измерениях скорости поперечных волн необходимо правильно ориентировать стержни измерительной линии: один относительно другого (направления осей X у пластинок Y - среза в приемном и излучающем стержнях должны быть параллельными).

Порядок выполнения работы

После ознакомления с описанием прибора и принципом измерения скорости распространения продольных и поперечных ультразвуковых волн перейти к исследованию упругих постоянных материалов, для чего необходимо:

1. Измерить в образцах, указанных руководителем, продольную v_L и поперечную v_T скорости по способу, описанному в разделе "Б". Данные отсчетов по шкале микрометра величин n_L , n_T и рассчитанные по формуле (8) значения скоростей занести в табл. I.

2. Рассчитать по формулам (3) и (4) постоянные Ламе λ и μ , воспользовавшись значениями скоростей v_L и v_T , полученными в п. 1. Результаты вычислений занести в табл. I.

3. Воспользовавшись значениями λ и μ , полученными в п. 2, рассчитать по формулам (5), (6), (7) модуль Юнга E , коэффициент Пуассона ν и коэффициент всестороннего сжатия K . Результаты вычислений занести в таблицу.

ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕЙ

Материал	Плотность ρ	Измеренные величины				Вычисленные величины				
		n_1	n_2	c_1	c_2	λ	μ	E	K	ν
	10^3 кг/м^3	10^{-3} м		м/с		10^{10} Н/м^2				
Алюминий										
Магний										
Электрофарфор										

Требования к отчету

Отчет должен содержать:

1. Структурную схему прибора и временную диаграмму электрических сигналов.
2. Таблицу с результатами наблюдений и вычислений.
3. Формулы и числовые примеры расчетов.

Контрольные вопросы

1. Каков принцип измерения скорости на приборе УЗИС-ЛЭТИ?
2. Как определяются основные упругие характеристики материала: постоянные Ламе, модуль Юнга E , коэффициент Пуассона ν , коэффициент всестороннего сжатия K ?

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М., "Наука", 1966.

Цель работы - ознакомление с малыми изгибными колебаниями тонких однородных стержней, влиянием характера закрепления на резонансные частоты.

Задание

1. Ознакомиться с аппаратурой и записать ее характеристики.
2. Собрать схему для исследования изгибных колебаний стержней.
3. Рассчитать собственные частоты изгибных колебаний для двух случаев закрепления стержней:
 - а) концы стержня свободны;
 - б) стержень заделан как консоль.
4. Измерить собственные частоты изгибных колебаний стержней для двух случаев закрепления.
5. Оформить отчет в соответствии с требованиями.

А. Основные понятия и термины

В ряде практических задач акустики приходится иметь дело с ограниченными стержнями, совершающими изгибные колебания. Для однородных тонких стержней уравнение малых свободных колебаний имеет вид

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2^2 c^2 \frac{\partial^2 x}{\partial x^2} = 0. \quad (I)$$

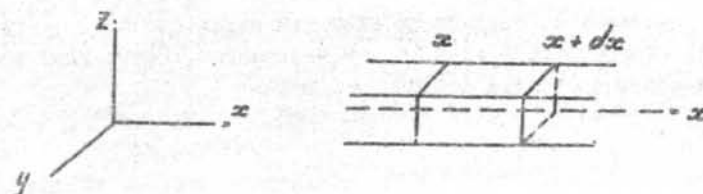


Рис. I

Здесь $c_p = \sqrt{E/\rho}$ - стержневая скорость продольных волн;
 $x = \sqrt{J_y/S}$ - радиус инерции; S - площадь поперечного сечения;
 ρ и E - плотность и модуль Юнга материала стержня;
 J_y - момент инерции площади поперечного сечения относительно оси y ($J_y = \int z^2 dS$; для круглого сечения $J_y = \pi r^4/4$ и для квадратного $J_y = a^4/12$).
 Собственные частоты вычисляются из граничных условий на концах стержня.

В. Исследование собственных частот свободного стержня

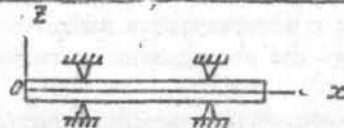


Рис. 2

Изгибающие моменты и перерезывающие силы на концах свободного стержня равны нулю. Уравнение для собственных частот получается при подстановке решения для f_x в соответствующие граничные условия

$$\cos \kappa l = \operatorname{sch} \kappa l \quad (2)$$

$(\kappa l)_n = 0; 4,730; 7,853; 10,996; 14,137; 17,279; \dots$
 - корни (2).

Собственные частоты изгибных колебаний имеют вид

$$f_n = \sqrt{E J_y / \rho S} (\kappa l)_n^2 / 2\pi l^2 \quad (3)$$

Видно, что частоты последовательных тонов пропорциональны $(\kappa l)_n^2$, т.е. не гармоничны.

Рассчитать по формуле (3) три низшие собственные частоты для указанных руководителем стержней разных сечений S (круглого, квадратного), длин l и материалов. Результаты занести в соответствующие столбцы таблицы.

Материал	Размеры стержня		Тип крепления стержня	
	длина $l, \text{м}$	сечение, 10^6 м^2 ; диаметр, м	свободный	консоль
			теория опыт	теория опыт
Дюралюминий $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$ $E = 6,95 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$	0.11	2x2		
	0.11	3x3		
Латунь $\rho = 8100 \text{ кг/м}^3$ $E = 10,3 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$	0.11	2x2		
	0.11	3x3		
Железо $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ $E = 20,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$	0.11	0.003		
	0.12	0.003		
	0.11	0.004		

В. Исследование собственных частот консольного стержня



Рис. 3

Для свободного конца в 0 должны обращаться изгибающий момент и перерезывающая сила, а для закрепленного конца - смещение и первая производная от смещения по x (тангенс угла наклона оси стержня) равны 0.

Выражение для собственных частот имеет вид

$$-\cos \kappa l = \operatorname{sch} \kappa l \quad (4)$$

$(\kappa l)_n = 1,875; 4,694; 7,855; 10,995; 14,137; 17,279; \dots$
 - корни (4).

Собственные частоты консольного стержня определяются подстановкой корней (4) для $(\kappa l)_n$ в формулу (3).

Рассчитать по формуле (3) три низшие собственные частоты

для указанных концевых стержней, и результаты занести в таблицу.

Г. Размещение узлов и пучностей смещений

На рис.4 показано распределение узлов и пучностей смещений для свободного стержня. Кривая смещений симметрична относительно середины стержня.

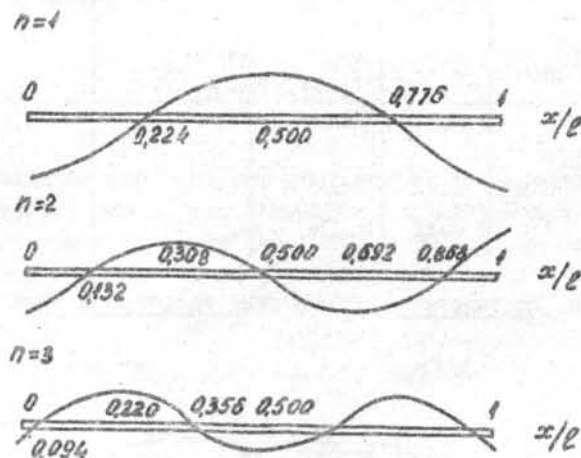


Рис.4

Рассчитать для указанных руководителем стержней положение узлов смещений, пользуясь рис.4.

Рис.5 иллюстрирует форму кривой смещения для основного тона и двух обертонов при консольном креплении стержня. Как видно, здесь стержень может совершать изгибные колебания на любой из собственных частот.

Описание установки

Структурная схема установки для исследования изгибных коле-

баний стержней и принципиальная схема коммутатора даны на рис.6 и 7.

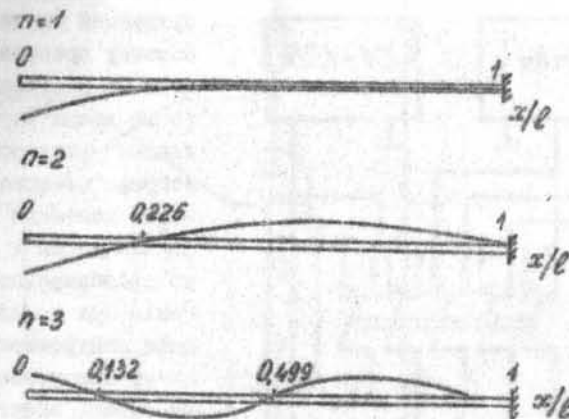


Рис.5

Генератор непрерывных колебаний вырабатывает сигнал, который через коммутатор подается на обмотку электромагнитного преобразователя с постоянным подмагничиванием, что обеспечивает линейность преобразования. Создаваемое в зазоре "образец-преобразователь" переменное электромагнитное поле возбуждает стержень на частоте генератора. Регистрация колебаний осуществляется осциллографом СИ-19Б. В установке предусмотрены два режима работы: по методу свободных и вынужденных колебаний (рис.6, положение переключателя I и II соответственно). В первом режиме производится точное измерение резонансной частоты, во втором — предварительная настройка на резонанс.

В режиме свободных колебаний, что соответствует положению I переключателя на рис.6, стержень подвергается возбуждению в течение короткого промежутка времени (1,2,3,5,7,10,25 и 50 с),

при этом сигнал генератора поступает на обмотку преобразователя через нормально замкнутые контакты реле РКМ-I (положение 3 контактов на рис.6). Вход осциллографа СИ-19Б в этот момент закорочен. Коммутация схемы с возбуждения на прием осуществляется посредством реле РКМ-I, управляемого мультииб-

ратором на лампе 6"90 (рис.7). При размыкании контактов реле (положение 4, рис.6) вход генератора нагружен на сопротивление $R_{из}$, и возбуждающий сигнал на обмотку преобразователя не поступает. В то же время вертикальный вход осциллографа оказывается через контакты реле подключенным к обмотке преобразователя. Развертка осциллографа синхронизируется от коммутатора, и на экране электронно-лучевой трубки при резонансе наблюдается устойчивая картина затухающих свободных колебаний.

В установке использовались два вида крепления стержней. При консольном креплении в качестве опоры используется мас-

сивная стальная плита, в центре которой имеется отверстие для крепления образцов. Свободные стержни крепятся в узловых плоскостях смещений с помощью струн.

При работе с немагнитными стержнями на их концы следует наклеивать полоски из магнитного материала.

Порядок выполнения работы

I. Свести в табл. I рассчитанные по формуле (3) три низшие собственные частоты для указанных руководителем стержней из дюралюминия, латуни, железа при свободном и консольном креп-

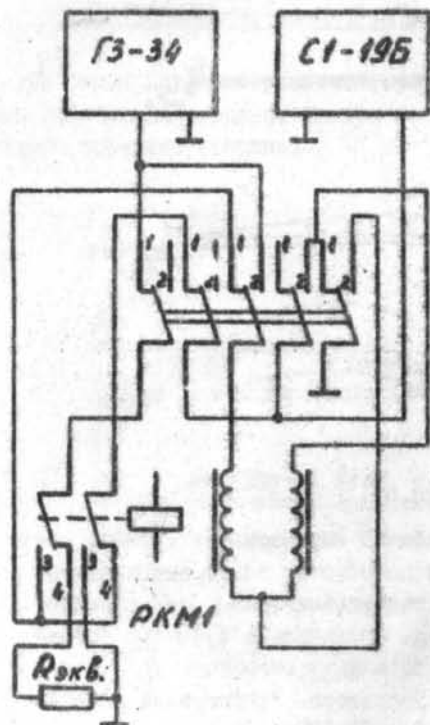


Рис.6

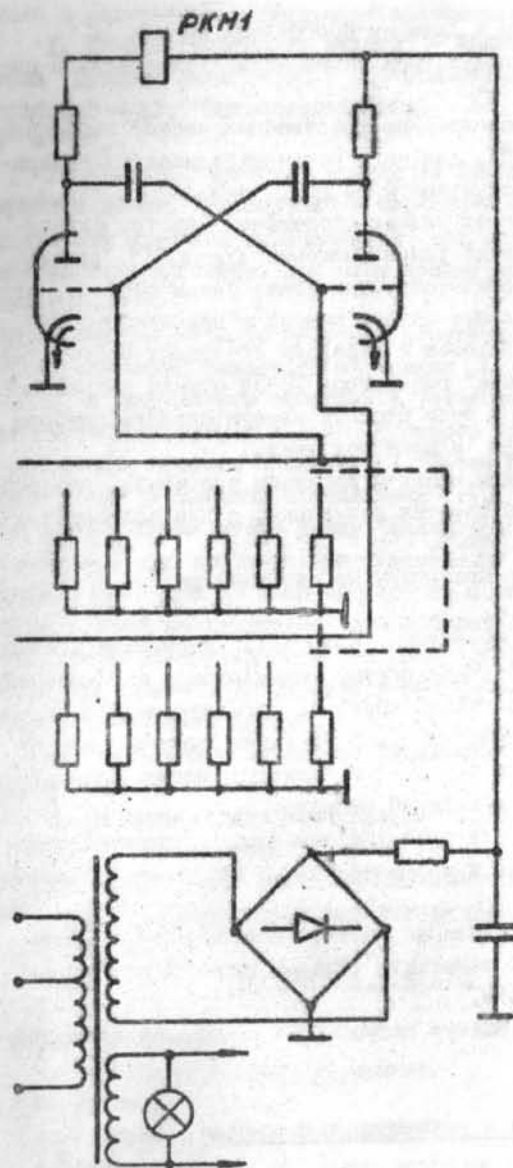


Рис.7

лении.

2. Включить приборы и дать им прогреться 10 мин.
3. Переключатель коммутатора "Колебания" установить в положение "Вынужд".
4. Приступить к исследованию собственных частот свободного стержня (раздел "Б"), для чего установить частоту генератора ГЗ-34, равную рассчитанной по п. I, табл. I.
5. Рассчитать для трех низших собственных частот свободного стержня расположение узлов смещений (разд. "Г", рис. 5). Закрепить образец в соответствующих узлах таким образом, чтобы ферромагнитная наклейка была обращена к преобразователю, а зазор между преобразователем и образцом составлял $0,3 \pm 0,5$ мм.
6. Ручкой "Рег. выхода" генератора ГЗ-34 подать напряжение на преобразователь, при этом стрелка измерительного прибора ГЗ-34 должна оставаться в пределах шкалы.
7. Плавным изменением частоты добиться резонанса, который на низких частотах наблюдается визуально, а для более высоких - с помощью осциллографа. Провести более точную настройку на резонанс регулятором "Расстройка %".
8. Переключатель коммутатора "Колебания" перевести в положение "Свобод.", при этом на экране осциллографа наблюдается затухание свободных колебаний образца. Регулятором "Расстройка %" и ручками "Делитель U " и "Длит. развертки плавно" добиться удобной для наблюдений осциллограммы.
9. Провести п. 4+8 для всех указанных руководителем стержней и экспериментально измеренные по п. 8 собственные частоты занести в табл. I.
10. Исследовать собственные частоты консольного стержня (раздел "В"), для чего закрепить образец как консоль и проводить операции по п. 6+9.
- II. Оценить относительную погрешность измерений для собственных частот.

Указания к включению приборов

Перед включением приборов необходимо установить переключатель

тели и регуляторы в следующие положения:

I. ГЗ-34. "Регулятор выхода" - крайнее левое; переключатель "Пределы шкалы" - 30 V, "Ослабление" - -30 дБ; "Шкала прибора" - $\times 2$, "Вых. сопротивление" Ω - 600, "Расстройка %" - "0".

2. СИ-19Б. "Яркость" - среднее положение, "Подсветка" - крайнее левое, "Развертка" - периодическая.

Выключение приборов производится тумблерами "Сеть" на передних панелях приборов. При этом должны загораться сигнальные лампочки.

После десятиминутного прогрева отрегулировать яркость и фокусировку линии развертки на экране СИ-19Б. Ручкой "Усиление X " и регулятором смещения X установить начало развертки на расстоянии примерно 3 см от левого края экрана и конец развертки у правого края экрана. Затем переключатель "Делитель U " установить в положение 1:1, "Чувствительность" - 5 мВ/мВ. После этого ручку "Балансир" установить в такое положение, для которого при перемещении регулятора плавной чувствительности из крайнего левого положения в крайнее правое линия развертки на экране будет оставаться неподвижной. Затем отрегулировать синхронизацию, для чего переключатель "Синхрониз." установить в положение "Внеш.-1:1", развертку установить заданную.

Переключатель коммутатора "Колебания" установить в положение "Свобод."

"Продолжительность возбуждения" - 1,0 с.

Ручкой осциллографа "Уровень синхр." добиться запуска развертки только после срабатывания контактов реле коммутатора. После этого приступить к выполнению работы.

Требования к отчету

Отчет должен содержать:

1. Структурную схему установки.
2. Таблицу.
3. Формулы и числовые примеры.
4. Характеристики приборов, которые были использованы.

Контрольные вопросы

1. Каков принцип работы установки для исследования изгибных колебаний стержней?
2. Как крепятся стержни при изгибных колебаниях и как это влияет на собственные частоты?
3. Как изменяется положение узлов смещений свободного стержня в зависимости от номера обертона?

Литература

1. Скучки Е. Простые и сложные колебательные системы. М., "Мир", 1971.
2. Релей. Теория звука. Л., ГИИЗ, 1955, т. I.
3. Морз Ф. Колебания и звук. Л., ГИИЗ, 1949.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЛЭМБА В ПЛАСТИНАХ

Цель работы - ознакомление с возбуждением различных мод волн Лэмба методом наклонно падающего пучка, измерение фазовой и групповой скорости.

Задание

1. Ознакомиться с дефектоскопом "ДК-66" по описанию.
2. Возбудить в пластине последовательно все моды волн Лэмба, которые возможны при данной частоте f и толщине пластины d , и определить значение фазовой скорости всех мод.
3. Измерить групповые скорости распространения возбужденных волн Лэмба.
4. Измерения фазовой и групповой скорости провести не менее 3-х раз и результаты статистической обработки сопоставить с теоретическими значениями.

5. Оформить отчет в соответствии с требованиями.

Основные понятия и термины

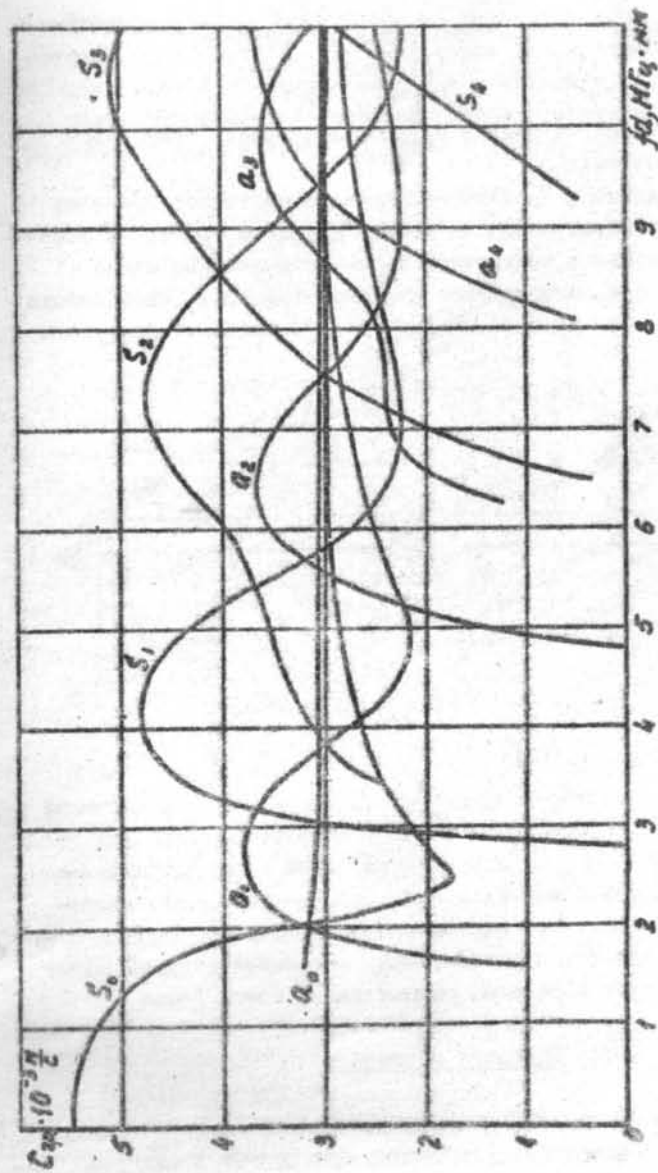
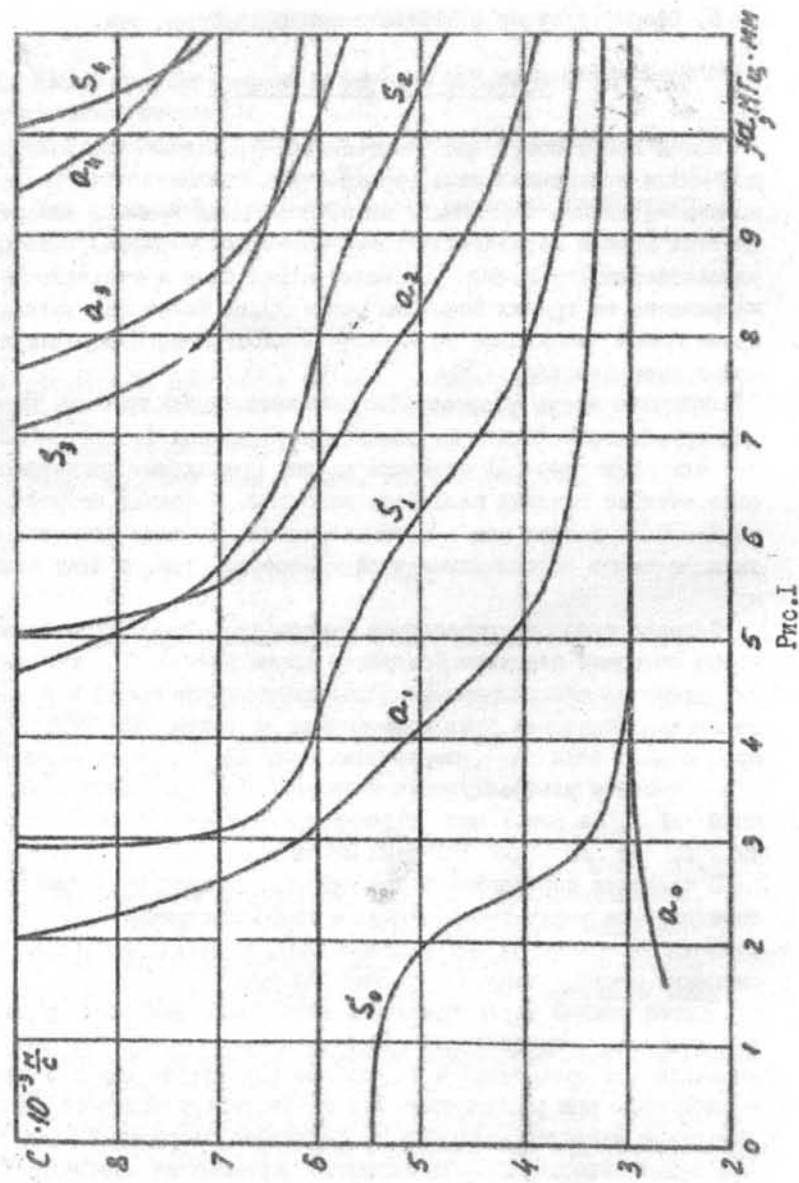
Волны Лэмба могут трактоваться как результат сложения продольных и поперечных волн, распространяющихся в пластине с последовательным отражением от ее свободных граней. Амплитуды этих волн и направление волновых векторов таковы, что они удовлетворяют граничным условиям: нормальные и касательные напряжения на гранях пластины равны нулю. Колебания частиц в волне Лэмба происходят по эллипсу в плоскости, перпендикулярной граням пластины.

В пластине могут распространяться независимо друг от друга две группы волн Лэмба. В волнах первой группы (S - волнах или симметричных) движение частиц происходит симметрично относительно средней плоскости пластины. В волнах второй группы (A - волнах или антисимметричных) частицы движутся антисимметрично относительно этой плоскости, т.е. в одну сторону.

Фазовая скорость определяет скорость перемещения фронта волны по грани пластины (скорость следа волны). Она находится путем численного решения дисперсионных уравнений и является сложной функцией трех переменных: скорости распространения продольных волн c_L , поперечных волн c_T и произведения частоты ультразвуковых колебаний f на толщину пластины d . На рис. I представлена зависимость фазовой скорости c_p от fd для пластины из титана.

В пластине при заданной частоте f может существовать определенное число симметричных и антисимметричных волн (мод), отличающихся друг от друга скоростями, а также распределением смещений и напряжений по толщине пластины.

Другой важной характеристикой волн Лэмба является групповая скорость, определяющая скорость переноса энергии. Если исследования проводятся в импульсном режиме, то импульс какой-либо моды при распространении в пластине, вследствие дисперсии, будет изменять свою форму. Групповая скорость в этом случае будет характеризовать скорость перемещения максимума пакета ультразвуковых волн.



Групповая скорость рассчитывается по формуле

$$c_g = d\omega/dk = \frac{c_0}{[1 - (\omega/c_0) \cdot dc_0/d\omega]}.$$

На рис.2 представлены кривые групповой скорости волн Лэмба для пластины из титана.

Для возбуждения волн Лэмба в листах в настоящее время на практике применяется метод наклонно падающего пучка. Он может осуществляться как в контактном варианте с помощью клина (рис.3а), так и в иммерсионном варианте (рис.3б). Идея метода состоит в том, что ультразвуковой пучок направляют под углом

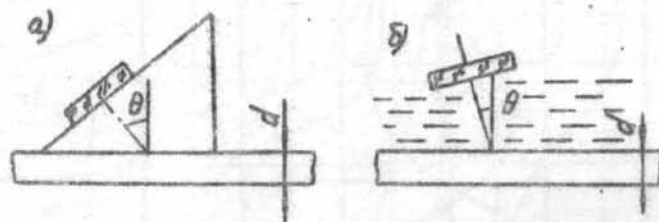


Рис.3

θ , который определяется из закона Снеллиуса:

$$\sin \theta = c_0/c_g, \quad (I)$$

где c_0 - скорость продольных волн в клине или иммерсионной жидкости; c_g - фазовая скорость возбуждаемой моды при данном значении fd . Клин создает такой сдвиг по времени между отдельными частями поля, излученного активным элементом преобразователя, что нормальные возмущения на поверхности пластины распределены по закону синусоидальной бегущей волны с пространственным периодом, равным длине волны Лэмба.

Описание установки

Работа выполняется с помощью дефектоскопа "ДУК-66" и двух специальных координатных устройств, помещенных в ванну с водой. Одно из координатных устройств схематически изображено на рис.4.

Преобразователь I укреплен на угловой планке, с помощью которой угол наклона θ преобразователя относительно прозвучиваемой пластины 2 может изменяться и отсчитываться по лимбу. Перемещение преобразователя параллельно плоскости пластины осуществляется передвижением каретки 3 по направляющим 5.

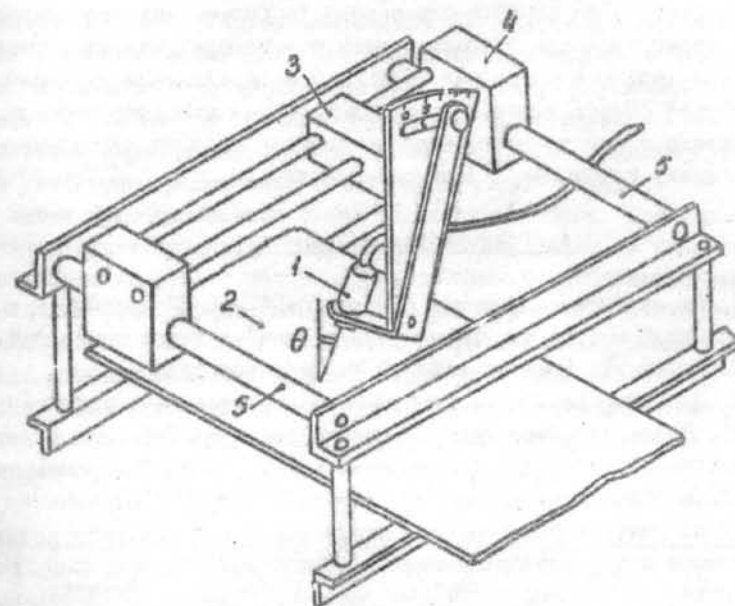


Рис.4

щим траверсы 4 и передвижением всей траверсы по направляющим 5.

Порядок выполнения работы

Возбуждение волн Лэмба выполняется в режиме работы дефектоскопа на два преобразователя (положение соответствующего

переключателя дефектоскопа - I-П). Рабочая частота преобразователей - 2,05 МГц, толщина пластины из титана - 2,5 мм.

Перед началом работы ручки управления дефектоскопа выставляются в следующие положения:

Ручки "ВРЧ-глубина", "ВРЧ-длительность" и "Задержка-развертка" в положение "Выкл.", "Частота МГц" - в положение "2,5", "Генератор-амплитуда" в положение "6", "Генератор-длительность" - в положение "8", "Расстояние" - в положение "50 см". После этого следует включить прибор (с разрешения преподавателя), отрегулировать яркость и четкость изображения на экране и установить его посередине экрана. При определении значений групповой скорости необходимо знать время распространения импульсов в акустическом тракте. Поэтому следует отградуировать шкалу глубиномера в микросекундах.

А. Градуировка глубиномера

1. Переключатель режимов работы "I+П" - I-П" поставить в положение "I+П", ручку "Развертка-плавно" - в положение "8".

2. Отключить один из кабелей от дефектоскопа.

3. Щуп, оставшийся подключенным к дефектоскопу, поставить в "0". Проверить, что лист находится под щупом. Вращая ручку "Ослабление" - "Грубо" (внутренняя ручка, каждая ступень - 10 дБ) и ослабление - "Плавно" (наружная ручка, 1 ступень - 1 дБ), получить картину многократных отражений ультразвуковых импульсов между преобразователем и листом. Амплитуду первого импульса, отраженного от листа, следует установить по экрану дефектоскопа равной 30 мм.

4. Рассчитать время прохождения ультразвукового импульса в микросекундах. Скорость звука в воде принять равной $1,5 \cdot 10^3$ м/с, расстояние между преобразователем и листом - 30 мм.

5. Ручкой "Расстояние" установить по верхней (освещенной) шкале число, равное времени распространения импульса в мкс.

6. Установить ручку "Развертка-плавно" в положение "10".

7. Ручкой "Материал", которая находится в окне на правой стенке прибора, совместить подвижный строб-импульс с передним фронтом первого отраженного импульса.

После выполнения этих операций по верхней шкале можно не-

посредственно снимать отсчет времени в микросекундах.

Б. Возбуждение в пластине мод волн Лэмба

По известному значению fd и графику фазовых скоростей (рис.1) рассчитываются углы по формуле (1), соответствующие максимуму возбуждения той или иной моды. Переключатель прибора ставится в положение "I-П", ручка "Развертка-плавно" - в положение "8", к прибору подключаются оба кабеля и преобразователи устанавливаются друг против друга на минимальное расстояние. По шкалам устанавливаются углы наклона, полученные из графика. Двигая один из преобразователей, убеждаются, что амплитуда первого импульса не "дышит" и плавно уменьшается при увеличении расстояния между преобразователями.

Затем преобразователи снова сдвигают. Ручками "Ослабление" устанавливают амплитуду импульса по экрану 30 мм, и одновременно изменяя наклон обоих преобразователей, добиваются максимальной величины импульса. Затем фиксируют соответствующие значения углов левого и правого преобразователей, усредняют их и рассчитывают значения фазовой скорости данной моды. Результаты измерений сводятся в табл. I. Экспериментальные значения фазовой скорости сравнивают с теоретическими по дисперсионным кривым.

Таблица I

Возбуждаемая мода	Углы наклона преобразо- вателей, град.			Экспериментальное значение $C_{\varphi}, 10^3$ м/с				Теоретическое значение $C_{\varphi}, 10^3$ м/с
	I измерение			$C_{\varphi 1}$	$C_{\varphi 2}$	$C_{\varphi 3}$	C_{φ} сред- нее зна- чение	
	ле- вый	пра- вый	сред- нее зна- чение					

Примечание. Характеристика направленности преобразователя помимо основного лепестка, максимум которого расположен на оси преобразователя, имеет также побочные лепестки с максимумами, расположенными под различными углами. Поэтому, если преобразователь будет расположен под некоторым углом к пластине, воз-

жен прием продольной волны, распространяющейся зигзагообразно между пластиной и водной поверхностью от излучателя к приемнику. Эти импульсы, затрудняющие анализ импульсов от волн Лэмба, могут быть легко определены по следующим признакам:

1. Они всегда расположены правее импульса волны Лэмба, вследствие большего времени прохождения акустического тракта.
2. Вершины импульсов "дышат". Это явление связано с тем, что водная поверхность всегда имеет небольшие колебания, условия отражения непрерывно меняются и, естественно, имеет место небольшая осцилляция амплитуды импульса.

В. Измерение групповой скорости волн Лэмба

Производится с помощью глубиномера путем измерения времени распространения ультразвукового импульса по акустическому тракту дефектоскопа при двух расстояниях между преобразователями. Так как время распространения ультразвукового импульса в воде в обоих случаях одинаково, то групповая скорость может быть рассчитана по формуле $C_g = \Delta l / \Delta t$, где Δl - изменение пути прохождения волн Лэмба в пластине. Перемещение преобразователя параллельно плоскости пластины осуществляется путем передвижения каретки 3 по соответствующим направляющим, на которые нанесена масштабная линейка в мм. $\Delta t = t_2 - t_1$, t_2 и t_1 - время распространения импульса волн Лэмба в первом и втором положениях преобразователей. Время распространения измеряется с помощью глубиномера. Вращая его ручку, совмещают подвижный строб-импульс с максимумом сигнала волны Лэмба и делают соответствующий отсчет времени. Результаты измерений сводятся в табл. 2 и сравниваются с теоретическими значениями групповой скорости, рассчитанной из рис.2.

Таблица 2

Возбуждаемая мода	I измерение				Экспериментальные значения $C_{gr} \cdot 10^3$ м/с				Теоретическое значение C_{gr} , 10^3 м/с
	t_2 , мкс	t_1 , мкс	Δt , мкс	Δl , см	C_{gr1}	C_{gr2}	C_{gr3}	C_{gr} сред- нее значе- ние	

Требования к отчету

Отчет должен содержать:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Схематическое устройство установки, реализующей метод наклонно падающего пучка.
3. Значение рабочей частоты преобразователей и толщины пластины.
4. Экспериментальные значения фазовой и групповой скорости возбуждаемых волн Лэмба, нанесенные на теоретические дисперсионные кривые.
5. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Что такое волны Лэмба?
2. Что такое фазовая и групповая скорости волн Лэмба?
3. Как осуществляется селективное возбуждение волн Лэмба методом клина?
4. Как измерить фазовую скорость волн Лэмба?
5. Какова методика измерения групповой скорости?
6. Каковы причины, ограничивающие точность измерения фазовой и групповой скорости?

Литература

1. Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Релея и Лэмба в технике. М., "Наука", 1967.
2. Микер Т., Метцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинах. - "Физическая акустика". Под ред. У.Мэсона, М., "Мир", 1966, т. I, ч. А.
3. Ермолов И.Н. Методы ультразвуковой дефектоскопии, МГИ, 1968, ч. II.

Содержание

1. Лабораторная работа № 1. Исследование механических колебательных систем	3
2. Лабораторная работа № 2. Упругие волны в безграничной твердой изотропной среде	12
3. Лабораторная работа № 3. Изгибные колебания стержней	21
4. Лабораторная работа № 4. Распространение волн Лэмба в пластинах	30

Гусева Елена Константиновна

Никифоров Леонид Андреевич

Лабораторные работы по курсу "Колебания и волны в твердых телах"

Редактор М.М.Янченко

Подп. к печати 1.11.79 г. Объем 2 уч.-изд.л. Тираж 250 экз.
Формат 60х84 1/16. Бумага оберточная. План 1979 г. Изд. № 54
Заказ № 129. Бесплатно.

Редакционно-издательский отдел ЛЭТИ

Ротапринт ЛЭТИ

197022, Ленинград, ул. проф. Попова, 5