

Министерство высшего и среднего специального образования

РСФСР

Ленинградский ордена Ленина электротехнический институт
имени В.И.Ульянова (Ленина)

Методические указания
к лабораторным работам
по курсу
"КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ"

Ленинград
1983

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЯЗКОУПРУГИХ
МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Составители: Е.А.Киров, Л.А.Яковлев.

I.1. Цель работы

Ознакомиться с методикой измерения комплексного модуля сдвига вязкоупругих материалов, изучить измерительную аппаратуру и провести исследование основных вязкоупругих характеристик некоторых материалов в инфразвуковом диапазоне частот.

I.2. Описание измерительной установки

В инфразвуковом диапазоне частот $5 \cdot 10^{-2} - 5$ Гц для измерения комплексного модуля сдвига вязкоупругих материалов часто используется принцип обратного крутильного маятника, основанный на возбуждении и регистрации свободных крутильных колебаний образца.

Диаграммная запись затухающего во времени синусоидального процесса колебаний дает информацию, необходимую для расчета комплексного модуля сдвига.

Уравнение свободных крутильных колебаний элемента с диссипативными потерями представляется в виде

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + K \theta G^* = 0, \quad (I.1)$$

где θ - угловое смещение; J - момент инерции колебательной системы; G^* - комплексный модуль сдвига испытуемого образца; K - параметр, зависящий от геометрических размеров образца.

Решение уравнения (I.1) можно записать в виде

$$\theta = \theta_0 e^{(j\omega - \alpha)t} \quad (I.2)$$

где θ_0 - начальная угловая амплитуда; ω - угловая частота; α - коэффициент затухания колебаний.

Подставляя решение (I.2) в уравнение (I.1), можно полу-



чить для действительной и мнимой частей комплексного модуля сдвига G^* следующие выражения

$$G' = \frac{J(\omega^2 - \alpha^2)}{K}; \quad (I.3)$$

$$G'' = \frac{2J\omega}{K} \alpha. \quad (I.4)$$

Пользуясь соотношением

$$Q = \operatorname{tg}^{-1} \delta = \frac{G'}{G''}, \quad (I.5)$$

где Q - механическая добротность колебательной системы; $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла механических потерь, и исключая из выражений (I.3) и (I.4) величину α , получим расчетную формулу для динамического модуля сдвига G' в виде

$$G' = \frac{J\omega^2}{K} \beta, \quad (I.6)$$

где

$$\beta = 2Q^2 (\sqrt{1+Q^{-2}} - 1). \quad (I.7)$$

Параметр β определяет методическую поправку к величине модуля G' и, в общем случае, отражает необходимость учета диссипативных потерь при расчете G' .

Анализ выражения (I.7) показывает, что при $Q \geq 5$ значение параметра β может быть принято за 1. Это оказывается справедливым практически для всех вязкоупругих материалов при нормальной температуре.

Динамический модуль потерь определяется как

$$G'' = \frac{J\omega^2}{K} \beta Q^{-1}. \quad (I.8)$$

В выражениях (I.6) и (I.8) геометрический параметр дается в виде

$$K = \frac{\pi R^4}{2} \quad (I.9)$$

для цилиндрического образца;

$$K = \frac{cd^3\mu}{16L} \quad (I.10)$$

для призматического образца.

Здесь R - радиус образца; L, c, d - длина, ширина, толщина призматического образца соответственно; μ - численный параметр (формфактор образца), определяемый соотношением геометрических размеров c/d . Значения этого параметра приведены в таблице.

$\frac{c}{d}$	μ	$\frac{c}{d}$	μ	$\frac{c}{d}$	μ	$\frac{c}{d}$	μ	$\frac{c}{d}$	μ
1,0	2,25	1,6	3,25	2,25	3,84	3,0	4,21	4,5	4,59
1,2	2,66	1,8	3,48	2,5	3,99	3,5	4,37	5,0	4,66
1,4	2,99	2,0	3,66	2,75	4,11	4,0	4,49		

Мнимую часть комплексного модуля сдвига G'' (I.4) удобно определять через логарифмический декремент затухания Λ .

$$\Lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n} = \pi Q^{-1}, \quad (I.11)$$

где n - число колебаний; A_0, A_n - амплитуда соответствующих циклов затухания колебаний.

Основным элементом измерительной установки, используемой для измерения комплексного модуля сдвига в данной лабораторной работе, является обратный крутильный маятник. Схематическая конструкция его механического устройства представлена на рис. I.1.

Образец исследуемого материала I в виде призматического или круглого стержня с помощью зажимов 2 одним концом крепится к неподвижному основанию 3, другим - к буферному стержню 4 и вместе с инерционной системой 5 составляет свободно вращающуюся часть маятника.

Момент инерции системы 5, выполненной в виде тонких стержней с укрепленными на концах сменными грузами, и геометрические размеры испытуемого образца I определяют рабочую частоту крутильного маятника.

Вся подвижная система маятника подвешивается на тонкой

стальной нити 6 и крепится с помощью прижимно-регулирующего устройства 7. Подвижная система закручивается подачей импульса тока в катушки возбуждения 8. Катушки укреплены на свобод-

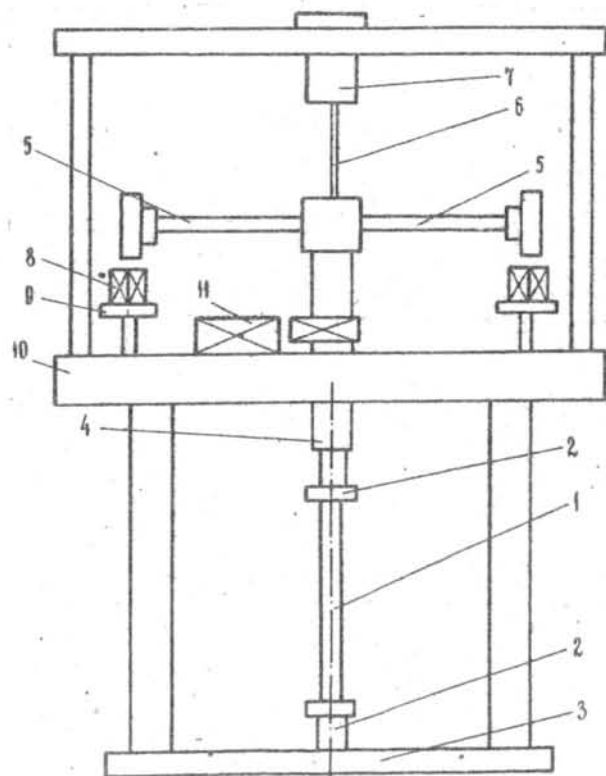


Рис. I.1

но вращающейся опоре 9 и легко могут быть установлены в положение, отвечающее условию симметричного возбуждения крутильных колебаний. Все механическое устройство маятника смонтировано на массивной станине 10.

Для устранения мешающего влияния паразитных радиальных колебаний подвижной системы, источником которых могут быть посторонние механические вибрации, предусмотрен жидкостной

демпфер. Демпфер состоит из легкого дюралюминиевого стакана, неподвижно укрепленного на буферном стержне, и ванночки со спиртом.

Крутильные колебания маятника регистрируются датчиком угловых перемещений II в качестве которого используется линейный дифференциальный трансформатор (ЛДТ). Датчик выполнен в виде магнитопровода с одной первичной и двумя вторичными обмотками и сердечника. Последний жестко укреплен на буферном стержне подвижной системы маятника. Рабочий зазор между сердечником и магнитопроводом составляет 0,3 - 0,5 мм и может быть легко установлен с помощью регулировочных винтов.

Измерительная часть установки представлена структурной схемой на рис. I.2.

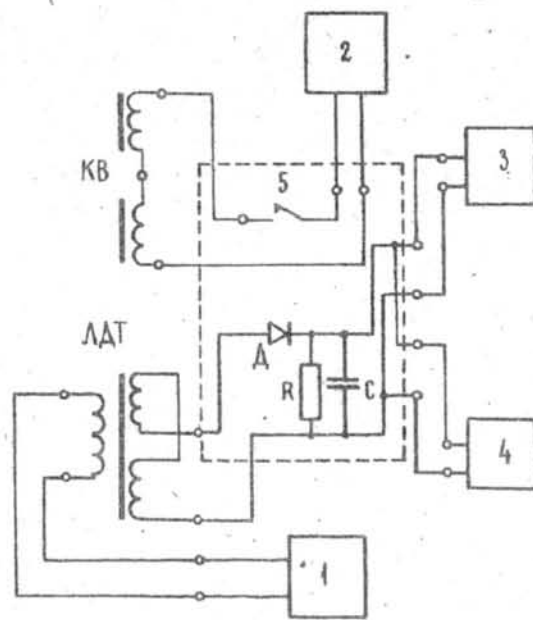


Рис. I.2

Подвижная система маятника закручивается на необходимый начальный угол подачей в катушки возбуждения импульса тока от постоянного источника питания 2 с помощью коммутирующего элемента 5.

После снятия возбуждения система совершает свободные крутильные затухающие колебания. Колебания регистрируются датчиком угловых перемещений ЛДТ. Для этого в первичную обмотку ЛДТ подается напряжение звуковой частоты 5 кГц от генератора 1. Напряжение модулируется инфразвуковыми колебаниями сердечника ЛДТ и снимается с встречно включенных вторичных обмоток. В дальнейшем сигнал детектируется и регистрируется на диаграммной бумаге самописца уровня электрических колебаний 3. Форма записываемого сигнала контролируется осциллографом 4.

Для измерения абсолютных значений модуля упругости инерционная система крутильного маятника предварительно калибруется по моменту инерции J подвижной системы с помощью эталонного образца с известным модулем сдвига. В данной лабораторной работе в качестве эталона используется стальная нить с модулем сдвига $G = 0,84 \cdot 10^{11}$ Па. Определив момент инерции J по описанной ниже методике, модуль сдвига рассчитывается по формуле

$$G' = \frac{G 4\pi^2 J L}{c d^3 \mu} \frac{V^2}{l^2/n^2}, \quad (I.12)$$

где V - скорость лентопротяжного механизма самописца; l - длина диаграммной записи колебаний; n - число циклов колебаний, соответствующее выбранной длине l .

1.3. Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с конструкцией крутильного маятника и используемой в лабораторной работе измерительной аппаратуры.

2. Установить в цанговых зажимах маятника эталонный образец. Верхним концом образец крепится к буферному стержню, нижними - к неподвижному основанию маятника.

3. Залить в ванночку демпфера жидкость.

4. С помощью двух регулировочных винтов отрегулировать положение сердечника дифференциального трансформатора; ус-

тановить зазор между сердечником трансформатора и его магнитопроводом порядка 0,3 - 0,5 мм.

5. Установить катушки возбуждения симметрично относительно грузов инерциальной системы.

6. Установить переключатель "Вид работы" самописца уровня электрических колебаний в положение " = ", соответствующее записи постоянного и медленно изменяющегося напряжения. С помощью переключателей "Уменьшение сигнала" и "Нулевой уровень" установить перо самописца посередине поля диаграммной бумаги.

7. Установить выходное напряжение частоты 5 кГц звукового генератора порядка 5 В.

8. Установить постоянное напряжение источника питания 80 - 100 В.

9. Произвести пробный запуск крутильного маятника кратковременной подачей постоянного тока в катушки возбуждения с помощью коммутирующего элемента и убедиться по экрану осциллографа, что подвижная система совершает синусоидальные колебания. В случае искаженной формы сигнала необходимо симметризовать дифференциальный трансформатор; с этой целью следует переместить трансформатор, установленный на подвижном основании, относительно сердечника до получения неискаженной формы сигнала.

10. Произвести калибровку подвижной системы крутильного маятника по моменту инерции J . С этой целью следует осуществить диаграммную запись колебаний маятника при различных моментах инерции подвижной системы. Различные значения J можно получить последовательной заменой дисков инерциальной системы согласно таблице.

Положение дисков в системе	f , Гц	J , кг.м ²
Диски отсутствуют		
Диск $d = 12$ мм		
Диск $d = 20$ мм		
Диски $d = 12$ мм и $d = 20$ мм		

В каждом из указанных случаев производится расчет частоты колебаний маятника по формуле

$$f = \frac{Vn}{l},$$

где V - скорость бумаги самописца, мм/с; l - длина диаграммной записи, мм; n - число полных циклов колебаний, соответствующее выбранной длине l .

Значения моментов инерции J рассчитываются из выражения

$$J = \frac{G' D^4}{128 \pi L f^2}. \quad (I.13)$$

Для эталонного образца, используемого в настоящей лабораторной работе, можно принять

$$\begin{aligned} G' &= 0,84 \cdot 10^{11} \text{ Па;} \\ D &= 0,59 \cdot 10^{-3} \text{ м;} \\ L &= 1,06 \cdot 10^{-1} \text{ м;} \end{aligned}$$

где D - диаметр эталонного образца.

Вычисленные значения J заносятся в таблицу.

II. Установить в зажимах подвижной системы маятника исследуемый образец вместо эталонного и проверить состояние измерительной установки в соответствии с пп.4-9.

12. Произвести 3-4 раза диаграммную запись крутильных колебаний импульсного образца для каждого из значений момента инерции, указанных в таблице.

13. Модуль сдвига материала образца рассчитывается по формуле

$$G' = \frac{G \cdot 4 \pi^2 J L f^2}{a d^3 \mu} \quad (I.14)$$

для усредненного значения частоты колебаний.

В настоящей лабораторной работе исследуются образцы из полимерных и резиноподобных материалов. Образцы выбираются по указанию преподавателя. Для определенных размеров G и d образцов берется соответствующее значение фактора μ .

Модуль потерь G'' вычисляется по формулам

$$G'' = G' \tan \delta; \quad (I.15)$$

$$\tan \delta = Q^{-1} = \frac{1}{Q} \Lambda$$

в соответствии с выражением (I.11), позволяющим определить

логарифмический декремент затухания по диаграммной записи колебаний.

I.4. Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- структурную схему измерительной установки;
- все диаграммные записи самописца, аккуратно вклеенные в отчет;
- расчетные формулы и измеренные величины в виде таблицы.

I.5. Контрольные вопросы для подготовки

- Чем обусловлены собственные механические потери крутильного маятника?
- При каком условии деформацию образца по его длине можно считать однородной?
- В чем заключается принцип работы линейного дифференциального трансформатора?
- Каким образом регулируется рабочая частота крутильного маятника?

Список литературы

- Физическая акустика/ Под ред. У.Мэзона. - М.: Мир, 1969. Т.П.
- Шидлович Л.Х. Дифференциальные трансформаторы и их применение. - М.: Энергия, 1966.

Лабораторная работа № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ПЛАСТИН

2.1. Цель работы

Ознакомиться с методикой измерения и расчета некоторых параметров пьезокерамических пластин, изучить измерительную аппаратуру и получить практические навыки исследования пьезоматериалов.

2.2. Описание измерительной установки

Рассмотрим некоторые теоретические положения. При проектировании любого пьезопреобразователя необходимо знать упругие, диэлектрические и пьезоэлектрические свойства применяемого активного материала. Для определения свойств пьезопластин, колеблющихся на высоких частотах, удобно использовать следующие уравнения пьезоэффекта в матричной форме

$$\sigma_j = c_{ji}^E u_i - e_{mj} E_m; \quad (2.1)$$

$$D_m = \epsilon_{mn}^u E_n + e_{mi} u_i, \quad (2.2)$$

где σ_j - компонента механических напряжений; c_{ji}^E - модули упругости при постоянном электрическом поле; u_i - компоненты деформации; e_{mj} - пьезоэлектрические постоянные; E_n , D_m - компоненты напряженности электрического поля и электрической индукции соответственно; ϵ_{mn}^u - компоненты тензора диэлектрической проницаемости при постоянной деформации.

Уравнения (2.1) и (2.2) рассматриваются совместно с уравнениями электростатики диэлектриков:

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0. \quad (2.3)$$

Первое уравнение означает отсутствие в пьезоэлектрике свободных зарядов; второе - что электрическое поле является потенциальным, т.е. можно положить

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi,$$

где φ - потенциал поля.

Из уравнений (2.1) и (2.2) следует, что модули упругости и компоненты диэлектрической проницаемости отвечают определенным электрическим и механическим условиям (в данном случае, соответственно постоянству поля и деформации).

При описании пьезоэлектриков часто рассматриваются также модули упругости при постоянной индукции c_{ji}^D и компоненты диэлектрической проницаемости ϵ_{mn}^E при постоянном механическом напряжении.

Связь между модулями c_{ji}^E и c_{ji}^D можно установить, по-

ложив в уравнении (2.2) $D_m = 0$ и подставив компоненты в уравнение (2.1):

$$c_{ji}^D = c_{ji}^E + e_{mi} e_{nj} \beta_{mn}^u, \quad (2.4)$$

где β_{mn}^u - компоненты тензора диэлектрической непроницаемости при постоянной деформации

$$\beta_{mn}^u = (-1)^{m+n} \frac{\Delta_{mn}^E}{\Delta^E},$$

причем

$$\Delta^E = \begin{vmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} & \epsilon_{23} & \epsilon_{33} \end{vmatrix};$$

Δ_{mn}^E - минор, получаемый из определителя Δ^E зачеркиванием m -й строки и n -го столбца.

Аналогично, полагая в уравнении (2.1) $\sigma_j = 0$, с помощью уравнения (2.2) можно найти:

$$\epsilon_{mn}^E = \epsilon_{mn}^u + e_{mi} e_{nj} S_{ji}^E, \quad (2.5)$$

где S_{ij}^E - постоянные гибкости, определяемые соотношением

$$S_{ij}^E = (-1)^{j+1} \frac{\Delta_{ji}^E}{\Delta^E},$$

$$\Delta^E = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{vmatrix}$$

Δ_{ji}^E - минор, получаемый из определителя Δ^E зачеркиванием j -й строки и i -го столбца.

Дальнейшие вычисления определяются заданием типа симметрии активного материала. Для пьезокерамики матрицы c_{ji} , e_{mj} , ϵ_{mn} принимают следующую форму:

$$\begin{vmatrix} C_{II} & C_{I2} & C_{I3} & 0 & 0 & 0 \\ C_{I2} & C_{II} & C_{I3} & 0 & 0 & 0 \\ C_{I3} & C_{I3} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{vmatrix},$$

причем

$$C_{66} = \frac{C_{II} - C_{I2}}{2},$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{I5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{I5} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{II} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{vmatrix}.$$

Видно, что модули упругости пьезокерамики имеют пять независимых компонент, пьезоэлектрические постоянные - три, диэлектрические проницаемости - две компоненты.

Рассмотрим колебания свободной металлизированной пьезокерамической пластины вдоль направления поляризации (направление поляризации обычно принимается за ось z) в предположении, что диаметр пластинки много больше ее толщины. Это предположение позволяет свести нашу задачу к одномерной, так как все величины, входящие в уравнение пьезоэффекта, будут зависеть лишь от одной координаты z .

Условие одномерности колебаний с учетом уравнения (2.3) дает:

$$E_1 = 0; E_2 = 0; E_3 = f(z); D_1 = D_2 = 0; D_3 = \text{const}.$$

Из электростатики известно, что на границе раздела металл-диэлектрик нормальная компонента индукции равна поверхностной плотности заряда:

$$D_z = \delta,$$

где δ - поверхностная плотность заряда.

Уравнения пьезоэффекта (2.1) и (2.2) для одномерных колебаний принимают вид

$$G_3 = \epsilon_{33}^E u_3 - e_{33} E_3; \quad (2.6)$$

$$D_3 = \epsilon_{33}^u E_3 - e_{33} u_3. \quad (2.7)$$

Полагая в уравнении (2.6) $G_3 = 0$, из уравнения (2.7) найдем выражение для диэлектрической проницаемости при постоянном G_3 :

$$\epsilon_{33}^{G_3} = \epsilon_{33}^u + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^E}. \quad (2.8)$$

Значение $\epsilon_{33}^{G_3}$ следует отличать от диэлектрической проницаемости при постоянном механическом напряжении (все компоненты G равны нулю).

Полагая в уравнении (2.7) $D_3 = 0$ (компоненты D_1 и D_2 в нашем случае также равны нулю), с помощью уравнения (2.6) находим модуль упругости при постоянной индукции:

$$C_{33}^D = C_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^u}. \quad (2.9)$$

Считая колебания пьезопластины гармоническими, уравнения (2.6) и (2.7) можно записать в следующем виде:

$$G_3 = -j\omega Z (U_1 - U_2) - \frac{n}{S} V(t) - \frac{n^2}{S \epsilon_n^u} (U_d - U_0); \quad (2.10)$$

$$I = j\omega \epsilon_n^u V(t) + j\omega n (U_d - U_0), \quad (2.11)$$

где d, S - соответственно толщина и площадь пьезопластины; $V(t)$ - электрическое напряжение, приложенное к пьезопластинке; I - ток, протекающий через пьезопластинку; $\omega = 2\pi f$ - круговая частота; $Z = \rho V$ - удельное акустическое сопротивление пьезокерамики; $V = (c_{33}^D/\rho)^{1/2}$ - скорость распространения продольной волны в пьезокерамике; $C_n^u = \epsilon_{33}^u S/d$ - емкость пластины;

$n = \frac{e_{33} S}{d}$; $U_1 = U_1^* \exp(-jkx)$; $U_2 = U_2^* \exp(jkx)$; U_1^*, U_2^* - амплитуды смещений в прямой и обратной волне; $k = \omega/V$ - волновое число; $(U_d - U_0)$ - разность смещений грани пьезопластины, определяемая следующим образом:

$$U_d - U_0 = U_1^* (e^{-jkd} - 1) + U_2^* (e^{jkd} - 1);$$

ρ - плотность пьезокерамики.

Для свободно колеблющейся пластинки механические напряжения на ее гранях $x = 0$, $x = d$ равны нулю. Отсюда с учетом выражения (2.10), следует:

$$U_1^* - U_2^* = U_1 e^{-jkd} - U_2 e^{jkd}; \quad (2.12)$$

$$\frac{n}{S} V(t) = -j\omega Z (U_1^* - U_2^*) - \frac{n^2}{S C_n^u} (U_d - U_0). \quad (2.13)$$

Решая уравнения (2.12) и (2.13) относительно величин U_1^* и U_2^* и подставляя решение в выражение (2.11), получим:

$$I = \frac{j\omega C_n^u V(t)}{1 - \frac{2n^2}{ZS\omega C_n^u} \operatorname{tg} \frac{kd}{2}}.$$

Отсюда следует выражение для проводимости свободно колеблющейся пластинки

$$Y = \frac{j\omega C_n^u}{1 - \frac{2n^2}{ZS\omega C_n^u} \operatorname{tg} \frac{kd}{2}}. \quad (2.14)$$

Этот же результат можно получить из эквивалентной схемы пьезопреобразователя, положив предварительно сопротивление потерь и акустические сопротивления нагрузок с обеих сторон равными нулю (рис.2.1).

Из уравнения (2.14) и эквивалентной схемы видно, что проводимость пьезопластины обращается в нуль на частоте антирезонанса f_a , удовлетворяющей условию $K_a d = \frac{\pi}{2}$. Определив

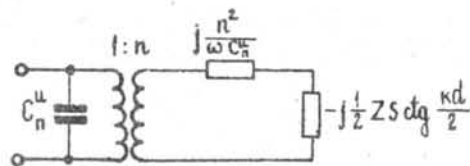


Рис.2.1

экспериментально частоту f_a , можно найти скорость распространения продольной волны

$$V = 2df_a$$

и модуль упругости

$$c_{33}^D = \rho V^2.$$

На частоте резонанса f_p , удовлетворяющей условию

$$\operatorname{tg} \frac{\kappa_p d}{2} = \frac{2n^2}{ZS\omega_p C_n^u}, \quad (2.15)$$

проводимость пьезопластины обращается в бесконечность. Частоты f_p и f_a отличаются незначительно, поэтому на частоте резонанса волновая толщина пластинки близка к $\frac{\pi}{2}$ и уравнение (2.15) можно приближенно записать в виде

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\pi^2}{\kappa_p d} - \kappa_p d \right) = \frac{2n^2}{ZS\omega_p C_n^u}.$$

Из последнего выражения можно получить

$$e_{33}^2 = \frac{\pi^2 c_{33}^D \epsilon_{33}^u}{8} \left[1 - \left(\frac{f_p}{f_a} \right)^2 \right]. \quad (2.16)$$

Диэлектрическую проницаемость ϵ_{33}^u можно определить, используя выражение (2.14). Для этого достаточно измерить проводимость пьезопластины на частоте $f = 2f_a$ ($kd = 2\pi$),

при этом получим

$$Y = j\omega C_n^u; \quad C_n^u = \frac{\epsilon_{33}^u S}{d}$$

Поскольку такие измерения на высоких частотах ($f = 2f_n$) связаны с определенными трудностями, представляет интерес рассмотреть изменение проводимости с понижением частоты. Для $f \approx 0,2f_n$ и ниже значение тангенса в выражении (2.14) можно заменить аргументом. Тогда с учетом уравнений (2.8) и (2.9) получим:

$$Y = j\omega C_n^{\epsilon_3}, \quad (2.17)$$

т.е. с уменьшением частоты, как и следовало ожидать, действующая диэлектрическая проницаемость стремится к $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$.

При дальнейшем уменьшении частоты, когда диаметр пластины будет много меньше длины волны, к нулю будет стремиться не только ϵ_3 , но и все остальные компоненты механических напряжений; поэтому диэлектрическая проницаемость будет стремиться к $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$.

С помощью уравнений (2.8), (2.9) и (2.16) можно установить следующую связь между $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$ и ϵ_{33}^u :

$$\epsilon_{33}^u = \epsilon_{33}^{\epsilon_3} \left\{ 1 - \frac{3}{8} \left[1 - \left(\frac{f_p}{f_n} \right)^2 \right] \right\}. \quad (2.18)$$

Измерение величины $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$ обычно не представляет особого труда. Таким образом, измерив величину $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$ и зная частоты f_n и f_p , можно подсчитать значение диэлектрической проницаемости при постоянной деформации.

В настоящей лабораторной работе исследуются для двух пьезокерамических пластин параметры C_{33}^u ; $C_{33}^{\epsilon_3}$; $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}/\epsilon_0$; $\epsilon_{33}^u/\epsilon_0$; ν_{33} .

№мер. пластин	Тип пьезокерамики	Диаметр, мм	d, мм	ρ , кг/м ³
1	ЦТС-19	32	1,98	$7,3 \cdot 10^3$
2	ЦТЭС-3	20	0,95	$7,2 \cdot 10^3$

Для предварительной оценки частот антирезонанса f_n принять скорость звука в пьезокерамике $\bar{v} = 4 \cdot 10^3$ м/с.

Для экспериментального определения частот резонанса f_p и антирезонанса f_n используется измерительная установка

(рис.2.2), включающая электронный частотомер I, милливольтметр 2, генератор электрических колебаний 3, исследуемую пластину 4, милливольтметр 5 и элементы измерительного четырехпо-

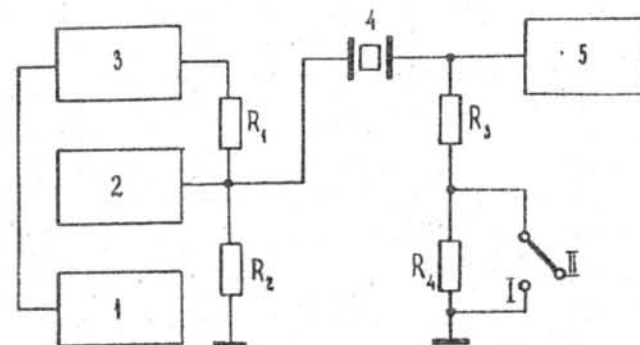


Рис.2.2

люсника R_1, R_2, R_3, R_4 .

Емкость пластин $C_{33}^{\epsilon_3}$ измеряется мостом полных проводимостей. В качестве генератора, питающего мост, используется генератор 3, а индикатора баланса моста - милливольтметр 5 (см.рис.2.2).

2.3. Порядок проведения работы

1. Изучить описание лабораторной работы и ознакомиться с рекомендованной литературой.

2. Для определения необходимого рабочего частотного диапазона генератора электрических колебаний произвести предварительный расчет антирезонансной частоты f_n для каждой из испытуемых пластин по формуле $\bar{v} = 2df_n$.

3. Установить пластину между клеммами измерительного четырехполюсника.

4. С выхода генератора на вход четырехполюсника подать сигнал такой величины, чтобы на сопротивлении R_2 напряжение составляло 40 В. Это напряжение контролируется с помощью милливольтметра в течение всего времени измерения.

5. Произвести измерение резонансной частоты f_p . Для это-

го поставить переключатель (см. рис. 2.2) в положение I и плавным изменением частоты генератора добиться максимального отклонения стрелки на шкале милливольтметра. Этому максимуму соответствует резонансная частота f_p , измеряемая частотомером.

6. Для измерения антирезонансной частоты f_a переключатель поставить в положение II и плавным изменением частоты добиться минимального отклонения стрелки на милливольтметре. Этому минимуму соответствует частота антирезонанса f_a .

Следует иметь в виду, что радиальные колебания пластин несколько отличны от поршневых, поэтому минимумы и максимумы кривых могут иметь сложную структуру. За f_p принимается самый высокий максимум, за f_a - самый глубокий минимум.

7. С помощью моста полных проводимостей измерить емкость $C_n^{(3)}$ пластин. С этой целью включить в измерительную схему мост полных проводимостей так, как указано выше, и произвести начальную балансировку моста. Для этого установить все переключатели "Q" и "C" в нулевое положение и ручками "Начальное уравнивание" добиться минимального отклонения стрелки на индикаторе балансировки. Положение этих ручек в дальнейшем не меняется.

8. Подключить к клеммам "Измеряемый объект" моста исследуемую пластинку, на выходе генератора электрических колебаний установить напряжение 200 мВ. На каждой из рекомендованных ниже частот добиться минимального отклонения индикатора с помощью соответствующих переключателей "C" и произвести отсчет значения емкости, соответствующего C_n .

9. Кривая $C_n(f)$ снимается в диапазоне $f = 100-300$ кГц через каждые 5-20 кГц в зависимости от скорости изменения емкости.

2.4. Обработка данных и требования к отчету

1. С помощью найденных значений f_a уточнить скорость и рассчитать модуль C_{33}^D в соответствии с формулой $C_{33}^D = \rho U^2$.

2. Для нахождения величины $C_n^{(3)}$ следует учесть то обстоятельство, что на частотах $f \leq 0,2 f_a$ поршневые колебания пластинки могут быть искажены радиальными колебаниями. Поэтому частотная зависимость емкости приобретает сложный характер (рис. 2.3). - Все максимумы этой зависимости, иск-

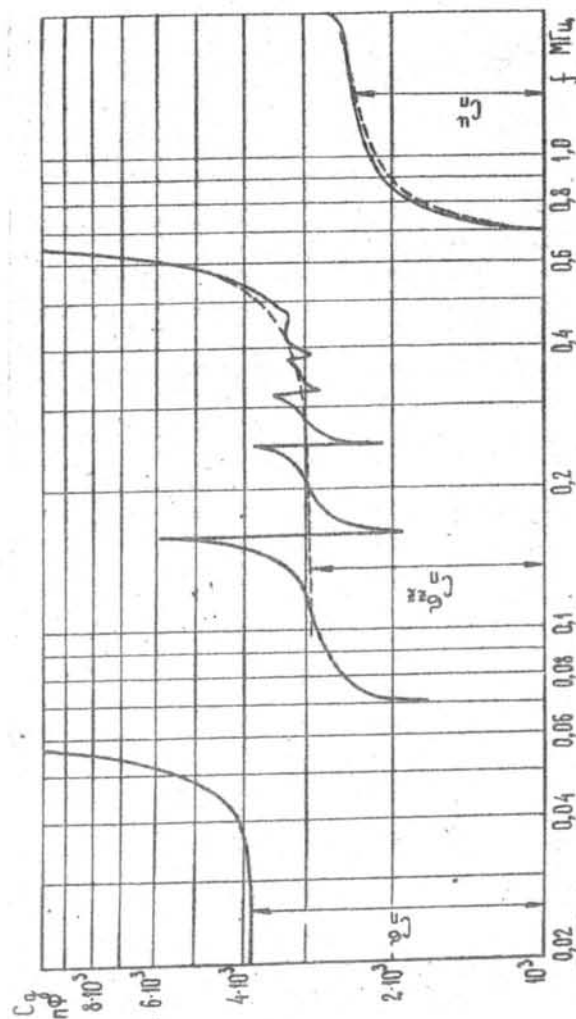


Рис. 2.3

лучая $f = 625$ кГц, обязаны радиальным колебаниям пластины. Максимум на частоте 625 кГц отвечает резонансу колебаний по толщине пластины.

Для нахождения $\epsilon_n^{\epsilon_3}$ необходимо построить частотную зависимость $\epsilon_n(f)$ в соответствии с экспериментальными значениями ϵ_n (см. 2.3, п.9). За $\epsilon_n^{\epsilon_3}$ принять значение, определяемое на частоте, лежащей посередине между двумя максимумами, обязанными радиальными колебаниями.

3. С помощью теоретических соотношений, приведенных в п.2, рассчитать оставшиеся искомые параметры $\epsilon_{33}^{\epsilon_3}$; ϵ_{33}^u ; ϵ_{33}^E .

В отчете необходимо привести:

- функциональную схему измерительной установки с указанием назначения ее узлов и аппаратуры;
- расчетные формулы;
- результаты измерений и расчетов;
- краткие выводы по проделанной работе.

2.5. Контрольные вопросы для подготовки

- Чем обусловлено проявление резонансных и антирезонансных свойств пьезопластин?
- Объяснить физическую природу различия упругих модулей ϵ_{33}^D и ϵ_{33}^E .
- В каком случае реализуется диэлектрическая проницаемость ϵ_{33}^E ?

Список литературы

- Мэзон У. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуке. - М.: Изд-во иностр. лит., 1952.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: ГИЗЛ, 1959.
- Яковлев Л.А. К вопросу об определении свойств пьезо-керамических пластинок, используемых в искателях дефектоскопов. - Дефектоскопия, 1966, № 5, с.13-16.
- Евдокимов Н.А. К вопросу о построении эквивалентных схем пьезовибраторов. - Изв.ЛЭТИ. Науч.тр./ Ленингр. электротехн.ин-т им.В.И.Ульянова (Ленина), 1957, вып.31, с.22-26.
- ГОСТ 13927-80. Материалы пьезокерамические. - Введ. 01.07.80; Срок действия до 01.07.86.

Лабораторная работа № 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ И ДИСКОВ

3.1. Цель работы

Ознакомиться с методикой измерения основных параметров пьезоэлектрических стержней и дисков, изучить измерительную аппаратуру и приобрести необходимые практические навыки исследования пьезоматериалов.

3.2. Описание измерительной установки

Рассмотрим основные теоретические положения, позволяющие понять методику измерения и расчета параметров пьезоэлектрических стержней и дисков.

Для определения упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических свойств пьезостержней и дисков удобно использовать следующие уравнения пьезоэффекта в матричной форме:

$$u_i = S_{ij}^E \epsilon_j + d_{ki} E_k; \quad (3.1)$$

$$D_p = \epsilon_{pq}^E E_q + d_{ps} \epsilon_s, \quad (3.2)$$

где u_i - компоненты деформации; S_{ij}^E - упругие податливости при постоянном электрическом поле; ϵ_i - компоненты механических напряжений; d_{ki} - пьезоэлектрические модули; ϵ_{pq} - компоненты тензора диэлектрической проницаемости при постоянном механическом напряжении; E_k , D_p - соответственно компоненты напряженности электрического поля и электрической индукции.

Уравнения (3.1) и (3.2) могут быть существенно упрощены в случае свободного стержня. Поперечные размеры стержня обычно малы по сравнению с его длиной, поэтому из всех компонент механических напряжений будет отлична от нуля лишь одна, действующая по длине (рис.3.1), т.е.

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = \epsilon_5 = \epsilon_6 = 0; \quad \epsilon_2 \neq 0.$$

Поскольку стержень всегда металлизируется, на границе раздела металл-диэлектрик действует единственная компонента поля E_3 ($E_1 = E_2 = 0$). Кроме того, металлическое покрытие является эквипотенциальной поверхностью, а размер S мал; поэтому все компоненты поля оказываются независимыми от координат, т.е. $E_3 = f(t)$; $E_1 = E_2 = 0$.

С учетом перечисленных обстоятельств уравнения пьезоэффекта принимают вид

$$U_2 = S_{11}^E \epsilon_2 + d_{31} E_3; \quad (3.3)$$

$$D_3 = \epsilon_{33}^E E_3 + d_{31} \epsilon_2. \quad (3.4)$$

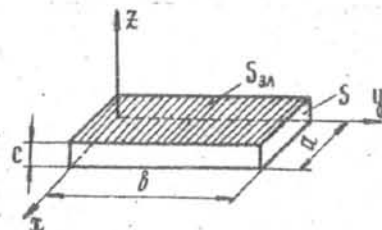


Рис.3.1

Таблицы S_{ij} ; d_{pq} ; ϵ_{mn} для пьезокерамики приведены ниже

$$\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{vmatrix}.$$

Полагая в уравнении (3.3) $U_2 = 0$, с помощью (3.4) найдем диэлектрическую проницаемость $\epsilon_{33}^{U_2}$ при постоянной компоненте деформации

$$\epsilon_{33}^{U_2} = \epsilon_{33}^E - \frac{d_{31}^2}{S_{11}^E}. \quad (3.5)$$

Считая колебания пьезостержня гармоническими, уравнения (3.3) и (3.4) можно свести к виду:

$$\epsilon_2 = -j\omega Z (U_1 - U_2) - \frac{n}{S} V(t); \quad (3.6)$$

$$I = j\omega C_{st}^{U_2} V(t) + j\omega n (U_1 - U_2), \quad (3.7)$$

где $V(t)$ - электрическое напряжение, приложенное к пьезостержню; I - ток, протекающий через стержень; $\omega = 2\pi f$ -

круговая частота; $Z = \rho l$ - удельное сопротивление материала стержня; $C_{st}^{U_2} = \epsilon_{33}^{U_2} S_{31}/c$ - емкость стержня; $U_1 = U_1^* \exp(-jk y)$; $U_2 = U_2^* \exp(jk y)$; U_1^* , U_2^* - амплитуды смещений в прямой и обратной волнах соответственно; ρ - плотность пьезокерамики; $k = \omega/v$ - волновое число; $S = ac$ - площадь поперечного сечения стержня; $(U_1 - U_2)$ - разность смещений торцов стержня, определяемая следующим образом:

$$U_1 - U_2 = U_1^* (e^{-jk b} - 1) + U_2^* (e^{jk b} - 1); \quad (3.8)$$

$$n = \frac{d_{31} S}{c S_{11}^E}.$$

Для свободно колеблющегося стержня механические напряжения на торцах ($y=0$; $y=b$) равны нулю. Отсюда с учетом выражения (3.8)

$$U_1^* - U_2^* = U_1^* e^{-jk b} - U_2^* e^{jk b}; \quad (3.9)$$

$$\frac{n}{S} V(t) = -j\omega Z (U_1^* - U_2^*). \quad (3.10)$$

Решая уравнения (3.9) и (3.10) относительно U_1 и U_2 и подставляя решение в выражение (3.7), находим проводимость свободно колеблющегося стержня

$$Y = j\omega C_{st}^{U_2} + j \frac{2U_2^2}{ZS} \tan \frac{kb}{2}. \quad (3.11)$$

Этот же результат можно получить из эквивалентной схемы преобразователя в случае поперечного пьезоэффекта, положив предварительно сопротивление потерь и акустические сопротивления нагрузок с обеих сторон преобразователя равными нулю (рис.3.2).

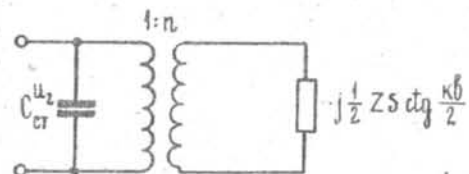


Рис.3.2

Из уравнения (3.11) и эквивалентной схемы видно, что проводимость стержня Y обращается в бесконечность на частоте резонанса f_r , удовлетворяющей условию $k_2 b = \pi$.

Определив экспериментально частоту f_r , можно найти скорость распространения волны вдоль стержня

$$v = 2f_r b. \quad (3.12)$$

Зная U , можно определить постоянную гибкости $S_H^E = \frac{1}{\rho U^2}$ и действующий модуль Юнга $E_H = I/S_H^E = \rho U^2$.

На частоте антирезонанса f_a , отвечающей условию

$$\frac{dQ}{d\omega} \frac{\kappa_a b}{2} = - \frac{2U^2}{Z S \omega_a C_{cm}^{u_2}}, \quad (3.13)$$

проводимость стержня Y обращается в нуль. Поскольку частоты f_a и f_0 отличаются незначительно, на частоте антирезонанса волновая толщина стержня близка к λ . Поэтому уравнение

(3.13) можно приближенно записать в виде:

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\kappa_a^2}{\kappa_a b} - \kappa_a b \right) = - \frac{2U^2}{Z S \omega_a C_{cm}^{u_2}}.$$

Из последнего выражения нетрудно получить

$$d_{31}^2 = \frac{\kappa_a^2 \epsilon_{33}^E \epsilon_{33}^{u_2}}{8} \left[\left(\frac{f_0}{f_a} \right)^2 - 1 \right]. \quad (3.14)$$

Диэлектрическую проницаемость $\epsilon_{33}^{u_2}$ легко определить, используя выражение (3.11). Для этого достаточно измерить проводимость пьезопластины на частоте $f = 2f_1$ ($\kappa b = \lambda$), при этом получим:

$$Y = j\omega C_{cm}^{u_2}; \quad C_{cm}^{u_2} = \frac{\epsilon_{33}^{u_2} S_{31}}{l}. \quad (3.15)$$

Решая аналогичную задачу для свободных радиальных колебаний тонкого круглого диска, можно получить выражение для его проводимости в следующем виде:

$$Y = j\omega \frac{\epsilon_{33}^E S}{l} (1 - \kappa_p^2) + j\omega \frac{2S d_{31}^2 (1 + \nu)}{l(1 - \nu) S_H^E} \frac{J_1(\kappa a)}{\kappa a J_0(\kappa a) - (1 - \nu) J_1(\kappa a)}, \quad (3.16)$$

причем:

$$\kappa_p^2 = \frac{2}{1 - \nu} \frac{d_{31}^2}{\epsilon_{33}^E S_H^E}; \quad (3.17)$$

$$\nu = -S_{12}/S_H^E; \quad (3.18)$$

$$\kappa = 2\pi f/\nu; \quad (3.19)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{\rho S_H^E (1 - \nu^2)}}. \quad (3.20)$$

В соотношениях (3.16) - (3.20) приняты следующие обозначения: κ_p - планарный коэффициент пьезоэлектрической связи; ν - коэффициент Пуассона; S , a , l - соответственно площадь, радиус и толщина диска; J_0 , J_1 - функция Бесселя первого рода нулевого и первого порядков.

Уравнение (3.16) получено из условий отсутствия механического напряжения σ_{11} при $l=a$ и конечности механических смещений в центре диска.

Условия резонанса и антирезонанса отвечают соответственно

$$Y_L = \infty; \quad Y_a = 0. \quad (3.21)$$

Из первого условия легко получить следующее частотное уравнение

$$\frac{\kappa a J_0(\kappa a)}{J_1(\kappa a)} = 1 - \nu. \quad (3.22)$$

В уравнение (3.22), определяющее частоты радиального резонанса f_0 и его обертонов, входят две неизвестные величины ν и U . Их можно найти, определив частоты f_1 и первого обертона f_{11} . Коэффициент Пуассона может быть определен с помощью соответствующих данных табл.3.1, где $\beta = f_{11}/f_1$.

Таблица 3.1

β	ν	β	ν	β	ν	β	ν	β	ν
2,6746	0,24	2,6448	0,28	2,6173	0,32	2,5897	0,36	2,5642	0,40
2,6670	0,25	2,6375	0,29	2,6097	0,33	2,5832	0,37	2,5581	0,41
2,6559	0,26	2,6304	0,30	2,6040	0,34	2,5775	0,38		
2,6529	0,27	2,6237	0,31	2,5963	0,35	2,5705	0,39		

Определив ν , можно найти значение $(\kappa a)_1$, отвечающее радиальному резонансу, с помощью табл.3.2.

Таблица 3.2

$(\kappa a)_1$	ν	$(\kappa a)_1$	ν	$(\kappa a)_1$	ν	$(\kappa a)_1$	ν	$(\kappa a)_1$	ν
2,0112	0,24	2,0362	0,28	2,0612	0,32	2,0855	0,36	2,1109	0,40
2,0179	0,25	2,0425	0,29	2,0673	0,33	2,0905	0,37	2,1150	0,41
2,0238	0,26	2,0488	0,30	2,0735	0,34	2,0974	0,38		
2,0300	0,27	2,0551	0,31	2,0795	0,35	2,1041	0,39		

С помощью известных значений f_1 и κ_1 по формуле (3.19) рассчитываем скорость U , а затем, используя соотношение (3.20), определяем упругую податливость S_H^E .

Второе условие ($Y_a = 0$) приводит к соотношению

$$\frac{\kappa_p^2}{1 - \kappa_p^2} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} - \frac{\kappa a}{1 + \nu} \frac{J_0(\kappa a)}{J_1(\kappa a)}. \quad (3.23)$$

В это выражение входит волновое число κ , отвечающее частоте антирезонанса f_a . Экспериментально измерив f_a , находим $(\kappa a)_a$ и далее по табл.3.3 определяем $(J_0/J_1)_a$.

Таблица 3.3

$(J_0/J_1)_a$	$(K_0)_a$	$(J_0/J_1)_a$	$(K_0)_a$	$(J_0/J_1)_a$	$(K_0)_a$	$(J_0/J_1)_a$	$(K_0)_a$	$(J_0/J_1)_a$	$(K_0)_a$
0,3882	2,00	0,2932	2,10	0,1985	2,20	0,1221	2,28	0,0444	2,36
0,3691	2,02	0,2742	2,12	0,1795	2,22	0,1029	2,30	0,0247	2,38
0,3501	2,04	0,2553	2,14	0,1604	2,24	0,0835	2,32	0,0048	2,40
0,3311	2,06	0,2364	2,16	0,1413	2,26	0,0640	2,34		
0,3121	2,08	0,2175	2,18						

Затем, используя соотношение (3.23), находим коэффициент связи K_p .

Из выражения (3.16) следует, что при $J_1(K_0) = 0$

$$Y = j\omega \frac{\epsilon_{33}^E S}{l} (1 - K_p^2). \quad (3.24)$$

$J_1(K_0) = 0$ при $K_0 = 3,8317$. Таким образом, измерив емкость диска на частоте

$$f = \frac{3,8317}{2} \nu,$$

находим диэлектрические проницаемости $\epsilon_{33}^E(1 - K_p^2)$ и ϵ_{33}^E .

Используя выражение (3.17), можно рассчитать величину пьезомодуля d_{31} .

В настоящей лабораторной работе исследуются параметры S_{11}^E ; E_{10} ; $\epsilon_{33}^E/\epsilon_0$; $\epsilon_{33}^E/\epsilon_0$; d_{31} для трех пьезокерамических стержней (табл.3.4) и одного диска (ϵ_0 - электрическая постоянная).

Таблица 3.4

Номер пьезостержня	Тип керамики	ρ , кг/м ³	Размеры, мм
1	ТБК-3	$5,4 \cdot 10^3$	56x6,65x4
2	ЦТС-3	$7,2 \cdot 10^3$	100x18x9,8
3	ЦТСНВ-I	$7,3 \cdot 10^3$	90x9,7x8

Пьезоэлектрический диск: керамика ЦТС-19; плотность $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³; диаметр - 35 мм; толщина - 2,03 мм.

Для ориентировочной оценки частот резонанса принять стержневую скорость в керамике, равной $3,5 \cdot 10^3$ м/с.

Для экспериментального определения частот резонанса и антирезонанса используется измерительная установка, структурная схема которой представлена на рис.2.2.

3.3. Порядок проведения работы

1. Изучить описание настоящей лабораторной работы и методику проведения измерений.

2. Для определения необходимого рабочего частотного диапазона измерений произвести предварительный расчет резонансной частоты f_1 для каждого из испытуемых стержней по формуле

$$\nu = 2f_1 l$$

Частота радиального резонанса f_1 керамического диска лежит в районе 60 кГц. Частота первого обертона f_1 выше резонансной частоты приблизительно в 2,6 раза.

3. Установить испытуемый образец или диск между клеммами измерительного четырехполюсника.

4. С выхода генератора подать на вход четырехполюсника сигнал такой величины, чтобы на сопротивлении R_2 напряжение составляло ~ 200 мВ. Это напряжение контролируется милливольтметром в течение всего периода измерений.

5. Произвести измерение резонансной частоты f_1 . С этой целью поставить переключатель (см.рис.2.2) в положение I и плавным изменением частоты генератора добиться максимального отклонения стрелки милливольтметра. Этому максимуму соответствует резонансная частота f_1 .

6. Произвести измерение антирезонансной частоты f_0 . Для этого переключатель поставить в положение II и плавным изменением частоты генератора добиться минимального отклонения стрелки милливольтметра. Этому минимуму соответствует антирезонансная частота, которая контролируется частотомером.

7. Произвести измерение частоты первого обертона керамического диска способом, аналогичным измерению резонансной частоты стержня.

8. С помощью измерителя добротности типа ИДН-I измерить емкости стержней на частоте $f = 2f_1$ и емкость диска на частоте $f = 3,83 \nu / 2 \pi d$.

С этой целью к клеммам "L" указанного прибора подключить калиброванную индуктивность, а измерительный образец с помощью специального держателя - к клеммам "C". Установить на индикаторе входного напряжения 50 мВ и последо-

вательным перемещением ручек декадного переключателя емкостей добиться максимального отклонения стрелки на индикаторе добротностей.

Произвести отсчет емкостей измеряемого образца в соответствии с указаниями на лицевой панели прибора.

3.4. Обработка данных и требования к отчету

I. С помощью известных значений резонансной частоты f_v для каждого из стержней уточнить значение скорости U по формуле (3.19), а затем рассчитать постоянную гибкости S_H^E и действующий модуль Юнга $E_{Ю}$.

2. По измеренному значению емкости стержня рассчитывается диэлектрическая проницаемость ϵ_{33}^u , а затем в соответствии с выражениями (3.5) и (3.14) значение проницаемости ϵ_{33}^e и пьезомодуля d_{31} .

3. При расчете параметров диска U , V , S_H^E , $E_{Ю}$, K_p используются измеренные значения характерных частот и данные табл. 3.1, 3.2, 3.3. Промежуточные значения определяются путем линейного интегрирования.

В отчете необходимо привести:

- функциональную схему измерительной установки с указанием назначения ее узлов и аппаратуры;
- необходимые расчетные формулы;
- результаты измерений и расчетов;
- краткие выводы по проделанной работе.

3.5. Контрольные вопросы для подготовки

I. В чем состоит принцип измерения параметров пьезоэлектрических стержней и дисков?

2. Чем обусловлено различие значений диэлектрических проницаемостей ϵ_{33}^u и ϵ_{33}^e ?

3. Почему емкость пьезостержней измеряется на частоте $f = 2 f_v$?

4. Какие факторы влияют на точность измерения параметров?

I. Физическая акустика/Под ред. У. Мэзона. - М.: Мир, 1966, т. I, с. 214-326.

2. Мэзон У. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуке. - М.: Изд-во иностр. лит., 1952.

3. ГОСТ 13927-80. Материалы пьезокерамические. - Введ. 01.07.80; Срок действия до 01.07.86.

Оглавление

Лабораторная работа № 1. Исследование динамических характеристик вязкоупругих материалов методом обратного крутильного маятника	3
Лабораторная работа № 2. Определение параметров пьезокерамических пластин	II
Лабораторная работа № 3. Определение параметров пьезоэлектрических стержней и дисков	23

Редактор Н.А.Румянцева

Подп. к печ. 30.12.83. Формат 68х84 1/16.
Бумага оберточная. Плоская печать. Печ. л. 2,0; уч.-изд. л. 2,0.
Тираж 150 экз. План 1983 г. Изд. №60. Зак. I4 Бесплатно.

Редакционно-издательский отдел ЛЭТИ
имени В.И.Ульянова (Ленина)

Ротапринт ЛЭТИ
197022, Ленинград, ул. Проф. Попова, 5