Вопросы к экзамену по математическому анализу
для первого курса первого семестра ФИБС
в 2018/2019 учебном году

Лектор Осетров А.В.

Теория пределов и непрерывность

1. Предел функции в точке. Свойства функций, имеющих предел в точке (три теоремы). Основные правила предельного перехода (предел суммы, произведения, частного, предельный переход в неравенстве).

2. Односторонние пределы. Пределы на бесконечности. Привести примеры.

3. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Привести примеры.

4. Непрерывность функций. Определения. Свойства непрерывных функций. Нахождение пределов элементарных функций.

5. Виды неопределенностей. Два признака существования предела (без доказательства). Первый замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$.

6. Второй замечательный предел $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$, число e.

7. Следствия второго замечательного предела (четыре следствия).

8. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и их свойства. Привести примеры.

9. Точки разрыва функций и их классификация. Привести примеры.

10. Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке (теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши и следствие из последней).

Производные и дифференциалы

11. Определение производной. Производные функций x^m, a^x, $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.

12. Дифференцируемость функций. Необходимое условие дифференцируемости. Основные правила дифференцирования (производная суммы, произведения, частного). Производные $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$.

13. Производная сложной функции. Параметрически заданные функции и их дифференцирование.

14. Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций.

15. Дифференциал функции, его связь с приращением и геометрический смысл.

16. Основные правила нахождения дифференциала. Дифференциал сложной функции (инвариантность его формы).

17. Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления

18. Теорема Лагранжа (без доказательства). Формула конечных приращений.

19. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.

20. Теорема Лопиталя (доказательство для частного случая). Правило Лопиталя. Привести примеры.

Применение дифференциального исчисления к исследованию функций

21. Достаточные признаки постоянства и монотонности дифференцируемой функции.

22. Локальные экстремумы функции. Необходимый признак экстремума. Стационарные, особые и критические точки.

23. Первый достаточный признак локального экстремума (по первой производной).

24. Второй достаточный признак локального экстремума (по второй производной).

25. Выпуклость и вогнутость графика функции.

26. Точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия.

27. Асимптоты графика функции.

Неопределенный интеграл

28. Первообразная функция. Теоремы о виде первообразной (с доказательством) и о существовании первообразной (без доказательства). Неопределенный интеграл и его геометрический смысл. Таблица простейших интегралов.

29. Основные свойства неопределенного интеграла (пять свойств с доказательством).

30. Замена переменной в неопределенном интеграле (доказательство формулы). Пример $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ (длинный логарифм). Правило подведения под знак дифференциала. Привести пример.

31. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле (доказательство формулы). Примеры: $\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$ и $\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx$.

32. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных дробей и простейших дробей.

33. Интегрирование рациональных функций от тригонометрических. Примеры: $\int \frac{dx}{\sin x}$ и $\int \frac{dx}{\cos x}$.

34. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Некоторые неберущиеся интегралы.