

Примерные варианты контрольной работы по функциям нескольких переменных

1. Производные или дифференциал сложной функции (одной или нескольких переменных)
2. Производные неявно заданной функции (одной или двух переменных)
3. Частные производные высших порядков

Вариант 1	Вариант 2
1. $w = (y - z)^x$, $y = \sin x$, $z = \cos x$. $\frac{dw}{dx} = ?$	1. $z = x^{\frac{y}{x}}$. $dz = ?$
2. $\exp\left(\frac{x}{z}\right) - xyz = 0$. $\frac{\partial z}{\partial x} = ?$ $\frac{\partial z}{\partial y} = ?$	2. $y^x + \exp\left(\frac{x}{y}\right) = 3xy$. $\frac{dy}{dx} = ?$
3. $w = (xy)^z$. $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = ?$ $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = ?$	3. $z = \frac{x^2}{y}$. $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = ?$ $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = ?$ $\frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x^2} = ?$

Ответы:

1. $(\sin x - \cos x)^x \left(\ln(\sin x - \cos x) + x \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \right)$	1. $dz = x^{\frac{y}{x}} \left(\frac{y}{x^2} (1 - \ln x) dx + \frac{\ln x}{x} dy \right)$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\frac{1}{z} \exp\left(\frac{x}{z}\right) - yz}{\frac{x}{z^2} \exp\left(\frac{x}{z}\right) + xy}$, $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-xz}{\frac{x}{z^2} \exp\left(\frac{x}{z}\right) + xy}$	2. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y^x \ln y + \frac{1}{y} \exp\left(\frac{x}{y}\right) - 3y}{xy^{x-1} - \frac{x}{y^2} \exp\left(\frac{x}{y}\right) - 3x}$
3. $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = y(xy)^{z-1} (1 + z \ln xy)$, $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = z^2 (xy)^{z-1}$	3. $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = 0$, $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = -\frac{6x^2}{y^4}$, $\frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x^2} = -\frac{2}{y^2}$