

Вопросы к текущему контролю по курсу «Математические модели в приборостроении»

для третьего курса первого семестра ФИБС

в 2023/2024 учебном году

Лектор Осетров А.В.

1. Числа с плавающей точкой: форма представления. Пояснить на нескольких примерах чисел в десятичной системе счисления основные составляющие чисел с плавающей точкой в нормализованном представлении. Сформулировать отличия вещественных чисел, используемых в математике, и чисел с плавающей точкой.

2. Числа с плавающей точкой: особенность расположения на вещественной оси. (Рассмотреть на примере множества всех двоичных чисел точностью в 2 разряда с интервалом показателей от -1 до 1).

3. Ошибки округления при вычислениях с плавающей точкой (на примере вычисления экспоненциальной функции с использованием ограниченного числа членов ряда Тейлора). Детально пояснить причину плохой точности вычислений и рассмотреть способы улучшения точности.

4. Понятие о неустойчивых алгоритмах (на примере вычисления интеграла по рекуррентной формуле, полученной при использовании интегрирования по частям). Детально пояснить причину неустойчивости алгоритма и рассмотреть способ улучшения устойчивости.

5. Интерполяция: понятие и области применения. Вывод выражения для линейной интерполяции. Привести любой конкретный пример применения полученной формулы.

6. Полиномиальная интерполяция: понятие, полином Лагранжа (без вывода). Пример полиномиальной интерполяции кубического полинома по трем точкам с использованием полинома Лагранжа, пояснение причин отличия исходной функции от полученной в результате интерполяции. Функция Рунге как пример, характеризующий недостатки полиномиальной интерполяции.

7. Сплайн интерполяция: общая постановка задачи сплайн интерполяции с заданием неизвестных и формулировкой условий для их нахождения (число неизвестных должно быть равно числу условий для нахождения неизвестных).

8. Кусочно-кубическая интерполяция: общая постановка задачи кусочно-кубической интерполяции с заданием неизвестных и формулировкой условий для их нахождения (уделить особое внимание порядку задания производных в точках сочленения), формулировка отличий от сплайн интерполяции.

9. Различные подходы к решению систем линейных уравнений (через обратную матрицу, методом Крамера с использованием определителей, с использованием методов

исключения). Сравнение с точки зрения эффективности и применимости при численных вычислениях. Реализация в MATLAB.

10. Общий порядок решения систем линейных уравнений с использованием LU-разложения (на конкретном примере), пояснение смысла матрицы перестановок, реализация в MATLAB (операторы “left division” и “right division”).

11. Разреженные матрицы: понятие, способ хранения в памяти, отличия от полных матриц, параметры плотности и разреженности матрицы. Работа с разреженными матрицами в MATLAB (создание, преобразования от полной к разреженной и обратно, вычисление плотности; привести пример формирования разреженной матрицы, включающей три ненулевых элемента).

12. Число обусловленности матрицы как критерий устойчивости решения систем линейных уравнений, пояснение понятия обусловленности матрицы, реализация в MATLAB.

13. Нахождение корней уравнения: метод половинного деления, метод Ньютона, сравнение метода половинного деления и метода Ньютона (преимущества и недостатки). Привести пример, когда метод Ньютона не позволяет найти корень. Нахождение корней в MATLAB.

14. Одномерная оптимизация: понятия глобального, локального оптимумов, унимодальной функции, простейший алгоритм оптимизации. Поиск экстремумов (минимумов и максимумов) в MATLAB.

15. Базовые методы численного интегрирования: прямоугольников, трапеций, Симпсона (принципы и расчетные соотношения).

16. Адаптивное интегрирование: основные принципы, реализация в MATLAB (функции `quad` и `integral`).

17. Интегрирование дискретных данных, реализация в MATLAB (варианты с использованием функций `sum` и `trapz`).

18. Аппроксимация: основные понятия, среднеквадратический критерий (подробно пояснить смысл, привести примеры других возможных критериев и их принципиальные отличия).

19. Решение задачи среднеквадратической аппроксимации (постановка задачи, сведение задачи поиска минимума функции нескольких переменных к решению системы линейных уравнений).

20. Решение задачи среднеквадратической аппроксимации в MATLAB: постановка задачи среднеквадратической аппроксимации и реализация на MATLAB (рассмотреть два варианта, сравнить их преимущества и недостатки).

21. Основные модели аппроксимирующих функций: линейных и сводящихся к линейным. Описать алгоритм среднеквадратической аппроксимации на примере аппроксимации линейной функцией.

22. Принципы генерации случайных чисел с использованием рекуррентных соотношений (для равномерно распределенных случайных чисел) и центральной предельной теоремы (для случайных чисел, распределенных по нормальному закону).

23. Генерация в MATLAB псевдослучайных чисел, распределенных по равномерному и нормальному законам с заданными параметрами (ненулевым математическим ожиданием и не единичной дисперсией).

24. Генерация зависимых случайных величин: области применения, алгоритм с использованием разложения Холецкого (вывод, реализация на MATLAB). Отдельно рассмотреть частный случай двух коррелированных случайных величин.

25. Преобразование Фурье, ряд Фурье и дискретное преобразование Фурье (ДПФ) как разновидности преобразований между временной и частотной областями: преимущества и недостатки, сопоставление. Пояснение термина “aliasing”.

26. Быстрое преобразование Фурье (БПФ): понятие, отличия от других преобразований Фурье, реализация в MATLAB.

27. Использование MATLAB для нахождения и анализа спектров (трансформация спектра к удобному представлению, установка соответствия между частотным отсчетом и фактическим значением частоты, масштабирование). Закономерности поведения спектра при изменении числа отсчетов и частоты дискретизации.

28. Обыкновенные дифференциальные уравнения: сведение реальной физической задачи к стандартной форме на примере простейшей гармонической колебательной системы, реализация в MATLAB.

29. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: сведение реальной физической задачи к стандартной форме на примере задачи двух тел (two body problem), реализация в MATLAB.

30. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: реализация в MATLAB с использованием стандартных функций.