Индивидуальное практическое задание по теме «Численное интегрирование»

Используйте три описанных ниже подхода для вычисления площади вашей руки. Исходные данные в данной работе следует брать из предыдущего задания по интерполяции, где рука была оцифрована по точкам контура. (Для сохранения в файл и последующего чтения из файла точек контура используйте функции `save` и `load`).

Подход № 1.

Рука представляется в виде плоского замкнутого многоугольника, т.е. точки на контуре соединяются между собой отрезками (рис. 1). Площадь такого многоугольника легко вычислить. В MATLAB есть функция `polyarea`, а используемую при этом формулу и ее вывод легко найти в Интернете по ключевым словам "*polygon area*" (это рекомендуется проделать для повышения эрудиции и подготовки к защите работы).

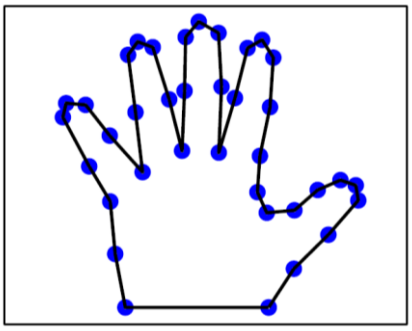

Рис. 1. Контур руки в виде замкнутого многоугольника

Подход № 2.

Область руки разбивается на квадраты (рис. 2), при этом формируется набор точек, расположенных в узлах сетки с шагом `h`, например,

```
[u,v] = meshgrid(xmin:h:xmax,ymin:h:ymax)
```

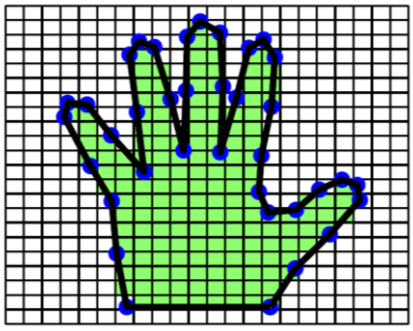

Рис. 2. Область руки, разбитая на квадраты, с выделением квадратов, включаемых в расчет площади

Для каждого такого узла `u,v` можно определить его принадлежность внутренней или внешней части многоугольника, используя функцию MATLAB `inpolygon`, например,

```
k = inpolygon(u,v,x,y)
```

Оценку площади можно найти, зная число внутренних точек сетки, например,

```
h^2*nnz(k)
```

Результат будет тем точнее, чем меньше выбранный шаг.
Для прорисовки фигуры, показанной на рис. 2, удобно использовать функцию `pcolor`.

<u>Подход № 3.</u> (обязательно только для претендующих на отлично!)
Если задать характеристическую функцию $\chi(u,v)$, равную единице при попадании точки (u,v) внуть контура руки и нулю за его пределы, то площадь можно вычислить по формуле $S = \iint \chi(u,v)dudv$. Для вычисления интеграла можно воспользоваться функцией MATLAB `integral2`, например,

```
integral2(@(u,v)chi(u,v,x,y),xmin,xmax,ymin,ymax,...
        'RelTol', RelTol, 'Method', 'iterated')
```

Результат вычислений будет тем точнее, чем меньше `RelTol`, однако не рекомендуется задавать относительную погрешность много меньше 0.01 чтобы не увеличивать время вычислений (в рассматриваемом примере подынтегральная функция имеет резкий скачок на контуре руки и поэтому является сложной для численного интегрирования)

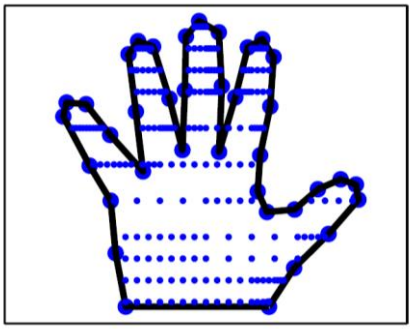

Рис. 3. Контур руки с выделением точек внутри контура, в которых вычисляется подынтегральная функция

Основная сложность здесь будет в задании подынтегральной функции, позволяющей производить вычисления для произвольного числа координат u при единственном значении координаты v (смотри маленькие синие точки, расположенные вдоль каждой из горизонтальных линий на рис. 3) и наоборот. Такой способ задания исходных данных не поддерживается функцией `inpolygon(u,v,x,y)`, для которой размер первых двух

переменных должен быть одинаковым (либо числа, либо массивы одинаковой размерности). Эту проблему можно решить, дополнив функцию `inpolygon`, например,

```
function k = chi(u,v,x,y)
if length(u) == 1, u = u(ones(size(v))); end
if length(v) == 1, v = v(ones(size(u))); end
k = 1*inpolygon(u,v,x,y);
```

(множитель 1 в последней строке необходим, чтобы тип logical, возвращаемый функцией `inpolygon` был трансформирован в double). Для отладки программы и изучения особенностей работы функции `integral2` потребуется отображать точки, в которых вычисляются значения подынтегральной функции (показанные на рис. 3 мелкими синими точками). Для обновления графического отображения результатов в процессе вычислений рекомендуется использовать функцию `drawnow`.

Порядок выполнения работы

1. Подготовьте исходные данные. Для этого масштабируйте координаты исходных точек на контуре руки, чтобы они были выражены в метрах (масштабные коэффициенты будут отличаться для каждой из осей). Выполните интерполяцию таким методом, который вы сочли лучшим. Таким образом, у вас получилось два набора последовательно расположенных точек: исходный до интерполяции и более точный после интерполяции. Эти два набора точек будут являться входными данными для вычисления площади.

2. Напишите программы для вычисления площади руки с использованием каждого из описанных выше трех подходов. Программа должна предусматривать графический вывод результатов, как показано на рисунках выше. Для третьего подхода следует попробовать альтернативный метод интегрирования (`'Method', 'tiled'`) и пояснить его отличия. Выполните вычисления для каждого из двух наборов точек, т.е. результатом должно быть два числа для первого подхода, две функции зависимости площади от шага сетки для второго подхода и две функции зависимости площади от относительной погрешности для третьего подхода. Представьте результаты в виде графиков.

3. Сравните полученные результаты и сделайте выводы по работе.

Отчетные материалы должны содержать:

1. Фамилию, имя и номер группы.
2. Графики исходных данных (точки на контуре руки, соединенные замкнутой ломаной линией, рис. 1); на осях должны быть нанесены

размерности в метрах (используйте команду axis equal для одинакового масштаба по обеим осям).

3. Пример графического вывода с отображением включенных в расчет площади квадратов (рис. 2) для второго подхода и точек, в которых вычислялась подынтегральная функция (рис. 3) для третьего подхода.
4. Текст всех написанных программ.
5. Копию экрана с результатами вычислений.
6. Графики, содержащие результаты вычислений площади.
7. Выводы по работе.